MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Cristian ALEXANDRESCU
Alina Carmen BIRTA
Cristian Teodor OLTEANU

5

Matematică

Manual pentru clasa a V-a

EDITURA CD PRESS
www.cdpress.ro

Acest manual este proprietatea Ministerului Educației Naționale.
Manualul a fost aprobat prin ordinul ministrului educației naționale nr. 5294/ 05.10.2017.
Acest proiect de manual școlar este realizat în conformitate cu Programa școlară aprobată prin OMEN nr. 3393/28.02.2017.
116.111 – numărul de telefon de asistență pentru copii.

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Cristian ALEXANDRESCU
Alina Carmen BIRTA
Cristian Teodor OLTEANU

Matematică

Manual pentru clasa a V-a

EDITURA CD PRESS
www.cdpress.ro

MATEMATICĂ. Manual pentru clasa a V-a

Editor: Dr. Costin DIACONESCU
Redactor-şef: Laura GIGA
Redactor: Carmen BIRTA
Tehnoredactor: George BIRIŞ
Coordonator tehnic şi IT: Răzvan SOCOLOV
Referenţi de specialitate:
- Prof. Univ. Dr. Dorel DUCA, *Universitatea „Babes-Bolyai", Cluj-Napoca, membru în Consiliul Director al Societății de Științe Matematice din România, membru al American Mathematical Society și International Society on Multiple Criteria Making*
- Prof. gr. I Mariana MITEA, *Școala Gimnazială Singidava, Cugir, autor de manuale și auxiliare școlare*
- Prof. gr. I Diana Gabriela NICULESCU, *Școala Gimnazială nr. 97, București, autor de auxiliare școlare*

Editura
CD PRESS
Bucureşti, str. Logofătul Tăutu nr. 67, sector 3, cod 031212
Tel.: 021.337.37.17,
021.337.37.27,
021.337.37.37
Fax: 021.337.37.57
e-mail: office@cdpress.ro
• www.cdpress.ro • Editura CD PRESS

Comenzi:
manuale@cdpress.ro
021.337.37.37
www.cdpress.ro

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
ALEXANDRESCU, CRISTIAN
Matematică : manual pentru clasa a V-a / Cristian Alexandrescu, Alina Carmen Birta, Cristian Oltean. - Bucureşti : CD PRESS, 2017
ISBN 978-606-528-367-1

I. Birta, Alina
II. Oltean, Cristian

51

Inspectoratul Şcolar al Judeţului/Municipiului ....

Şcoala/Colegiul/Liceul ....

ACEST MANUAL A FOST FOLOSIT DE:

Anul	Numele elevului	Clasa	Anul şcolar	Aspectul manualului*			
				format tipărit		format digital	
				la primire	la predare	la primire	la predare
1							
2							
3							
4							

Pentru precizarea aspectului manualului se va folosi unul dintre următorii termeni:* ***nou, bun, îngrijit, neîngrijit, deteriorat.*
- Cadrele didactice vor verifica dacă informaţiile înscrise în tabelul de mai sus sunt corecte.
- Elevii nu vor face niciun fel de însemnări pe manual.

Deșteaptă-te, române!

de Andrei Mureșanu

Deșteaptă-te, române, din somnul cel de moarte,
În care te-adânciră barbarii de tirani!
Acum ori niciodată, croiește-ţi altă soarte,
La care să se-nchine și cruzii tăi dușmani.

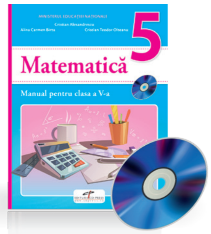
Acum ori niciodată, să dăm dovezi la lume
Că-n aste mâni mai curge un sânge de roman
Și că-n a noastre piepturi păstrăm cu falã-un nume,
Triumfător în lupte, un nume de Traian!

Priviți, mărețe umbre, Mihai, Ștefan, Corvine,
Româna națiune, ai voștri strănepoți,
Cu brațele armate, cu focul vostru-n vine,
„Viață-n libertate ori moarte!” strigă toți.

Preoți, cu crucea-n frunte, căci oastea e creștină,
Deviza-i libertate și scopul ei preasfânt!
Murim mai bine-n luptă, cu glorie deplină,
Decât să fim sclavi iarăși în vechiul nost' pământ!

- *Deșteaptă-te, române!* este Imnul Național al României, din decembrie 1989.
Andrei Mureșanu a scris aceste versuri în anul 1848, cu titlul *Un răsunet.* Muzica este scrisă de Anton Pann, în 1848.

Prezentarea manualului de *Matematică*



Manualul tău de *Matematică pentru clasa a V-a* îți formează competențe pentru argumentare, dezvoltare de raționament logic, spirit de gândire critică, analizare, interpretare și rezolvare de probleme, un simț de observație dezvoltat. Te ajută să-ți formezi atitudini cum ar fi **respectul pentru adevăr** și **perseverența** pentru găsirea celor mai eficiente soluții, **o gândire deschisă și creativă** (în abordarea în spirit matematic a situațiilor cotidiene). Manualul promovează exersarea obișnuinței de a recurge la modele matematice în abordarea unor situații cotidiene. Îți oferă oportunitatea **să exersezi cu un scop**, în legătură cu realitatea înconjurătoare.

Manualul cuprinde: • pagini de deschidere de unitate • pagini de învățare • pagini de recapitulare • pagini de evaluare

Manualul tipărit

Pagini de deschidere de unitate

UNITATEA DE ÎNVĂȚARE

TITLUL UNITĂȚII DE ÎNVĂȚARE

Proiect
Are ca scop rezolvarea unor situații problematice diverse, utilizând atât corelații intradisciplinare, cât și interdisciplinare. Proiectele de grup cultivă spiritul de echipă, încrederea în sine și respectul față de ceilalți, toleranța și curajul de a prezenta o opinie personală, spiritul de inițiativă. Te ajută să analizezi caracteristicile matematice ale unei situații date sau să modelezi matematic o situație, integrând achiziții din diverse domenii.

Hm... oare la ce folosește asta?

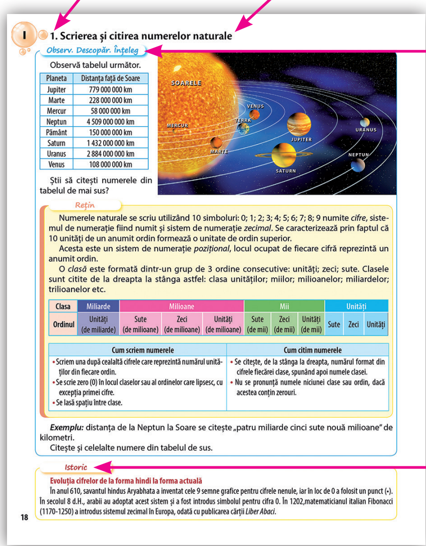
Îți prezintă o serie de aplicații practice ale noțiunilor matematice noi cu care te vei întâlni în acesta unitate.

Pagini de învățare

Numărul lecției

Titlul lecției

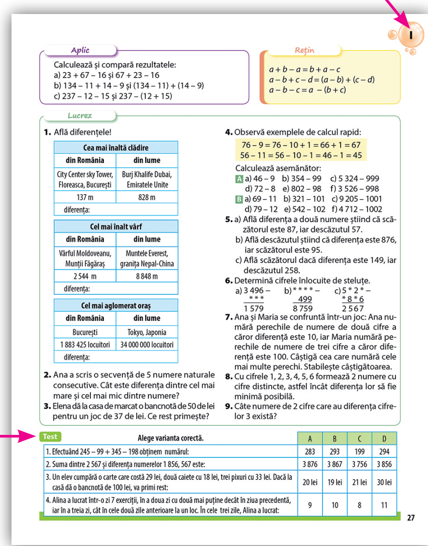
Numărul unității de învățare



Observ. Descopăr. Înțeleg
- Te provoacă să înțelegi matematica prin raportare la experiența cotidiană, prin situații-problemă concrete și variate.
- Te ajută să identifici elemente noi în diferite contexte.
- Introducerea noțiunilor noi se realizează intuitiv, pornind de la exemple din realitatea înconjurătoare și din experiența ta anterioară. Aici poți propune metode de rezolvare a unor situații date sau să anticipezi diverse situații posibile.

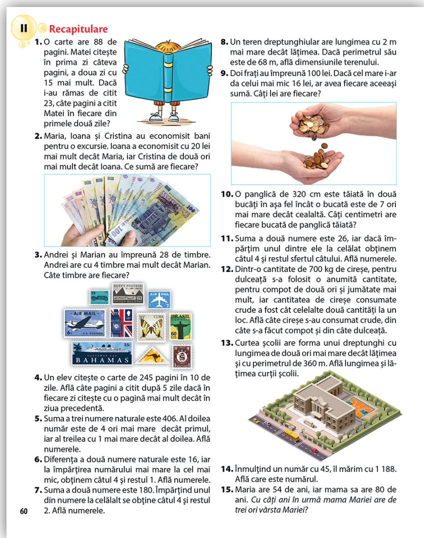
Istoric
Elemente din istoria matematicii relevante pentru tema lecției

Test
O modalitate alternativă de evaluare a cunoștințelor dobândite la o temă sau grup de teme

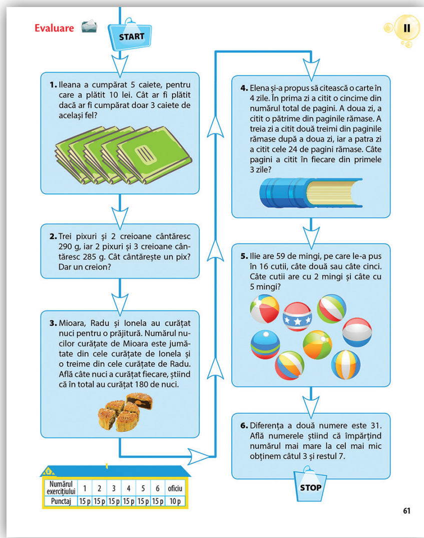


Manualul tipărit

Pagini de recapitulare



Pagini de evaluare



La sfârșitul Manualului digital vei afla rezultatele testelor de evaluare, precum și indicații de rezolvare a exercițiilor sau problemelor cu grad de dificultate sporit.

Simboluri utilizate în manualul tipărit

Activitate în perechi

Activitate în grup

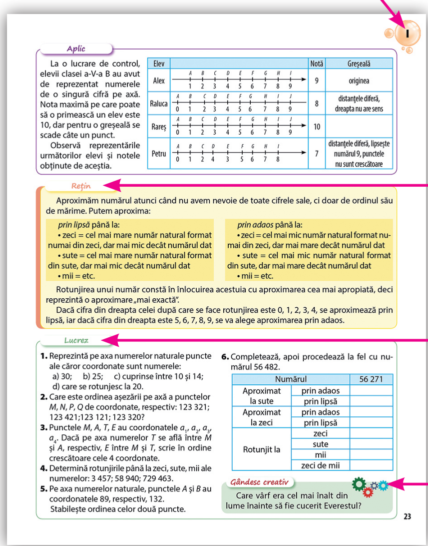
Portofoliu

Probleme cu grad sporit de dificultate

Investighez!

Verifică folosind calculatorul de buzunar!

Numărul unității de învățare



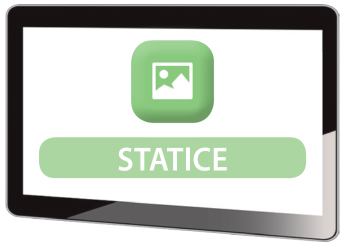
Rețin
Include noțiuni noi, cu ajutorul cărora ți se formează și dezvoltă competențe specifice. Noțiunile sunt selectate pe principiul continuității și al coerenței și sunt interconectate. După parcurgerea lor integrală, vei putea face conexiuni între idei, texte cu conținut matematic, reprezentări grafice și formule. Toate te ajută să exprimi în limbaj matematic o situație dată, demersul de rezolvare și rezultatul obținut.

Lucrez
Îți permite să prelucrezi date, folosind o regulă sau o formulă dată și să utilizezi algoritmii, metodele și regulile învățate în situații diverse. Conține exerciții aplicative și de antrenament diferențiate pe niveluri de dificultate (cele mai dificile sunt marcate cu *)

Gândesc creativ
Te încurajează să abordezi din perspective multiple o problemă și să gândești creativ. Verifică răspunsurile în manualul digital.

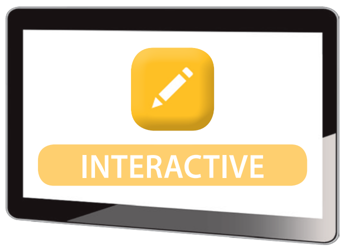
Manualul digital

Pe CD găsești **varianta digitală a manualului** completată cu activități multimedia interactive de învățare (AMII).



- planșe ilustrate explicative
- fișe de lucru

- secvențe video

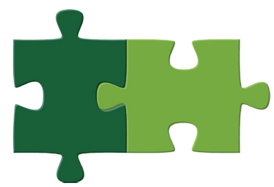


- jocuri interactive

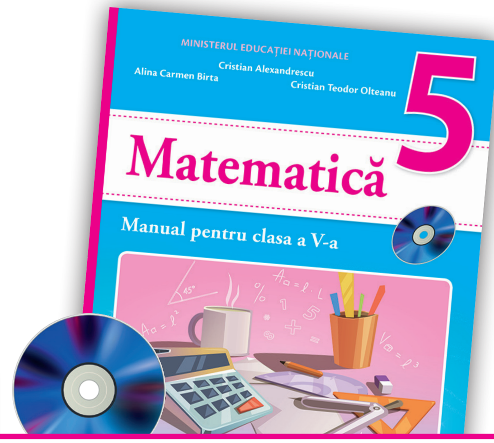
- pagină virtuală pentru desen

Cu ajutorul acestei aplicații vei putea desena forme, figuri geometrice etc. Este un prieten care te va însoți pe parcursul întregului an. Trebuie doar să apeși butonul de start!

CUPRINS



Bine ai venit în clasa a V-a!



Pe parcursul acestui an vei exersa la ***Matematică***:

Competențe generale și specifice

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice în contextul în care acestea apar

1.1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate
1.2. Identificarea fracţiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
1.3. Identificarea noţiunilor geometrice elementare şi a unităţilor de măsură în diferite contexte

2. Prelucrarea unor date de tip cantitativ, calitativ, structural, specifice matematicii, cuprinse în diverse surse informaționale

2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operaţiile aritmetice şi proprietăţile acestora
2.2. Efectuarea de calcule cu fracţii ordinare sau zecimale folosind proprietăţi ale operaţiilor aritmetice
2.3. Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice

3. Utilizarea conceptelor și algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

3.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operaţiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate
3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operaţiilor cu fracţii ordinare sau zecimale
3.3. Determinarea perimetrelor, a ariilor (pătrat, dreptunghi) și a volumelor (cub, paralelipiped dreptunghic) și exprimarea acestora în unităţi de măsură corespunzătoare

4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situaţie dată

4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăţi referitoare la comparări, aproximări și estimări ale rezultatelor unor operaţii cu numere naturale
4.2. Utilizarea limbajului specific fracţiilor/procentelor în situații date
4.3. Transpunerea în limbaj specific a unor probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităţilor de măsură

5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situaţii date

5.1. Analizarea unor situaţii date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
5.2. Analizarea unor situaţii date în care intervin fracţii pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
5.3. Interpretarea prin recunoașterea elementelor, a măsurilor lor și a relațiilor dintre ele, a unei configuraţii geometrice dintr-o problemă dată

6. Modelarea matematică a unei situaţii date, prin integrarea cunoștinţelor din diferite domenii

6.1. Modelarea matematică a unei situații date cu numere naturale, rezolvarea problemei obţinute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului
6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situaţii date, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)
6.3. Analizarea unor probleme practice care includ elementele de geometrie studiate, cu referire la unităţile de măsură studiate și la interpretarea rezultatelor

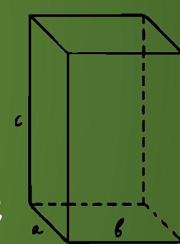
N motive pentru a învăța matematica

Voi utiliza vreodată matematica?

În fiecare zi!

Matematica te învață:

- să analizezi informațiile
- să rezolvi probleme
- să vizualizezi soluții
- să descoperi modele repetitive



- să planifici din timp
- să folosești în mod corect diverse instrumente
- să interpretezi informația
- să te exprimi precis
- să gândești critic
- să perseverezi
- să folosești cunoștințele anterioare
- să faci conexiuni
- să argumentezi alegerile făcute
- să explici
- să înveți din greșeli

Începuturile matematicii

Nu întotdeauna oamenii au făcut diferența între un copac și o pădure, un lup și o haită, o stea și o constelație și n-au înțeles de la început ce au în comun „un“ copac, „un“ lup și „o“ stea. Se pare că prima noțiune a ceea ce noi numim acum „număr“ ar fi început să se dezvolte în urmă cu aproximativ 30 000 de ani. Numărarea obiectelor, înregistrate prin marcaje pe bucăți de lemn sau os, a condus la apariția unui sistem de simboluri. Iar degetele de la mâini, un „accident anatomic“, după părerea lui Aristotel, este posibil să fie la originea sistemului zecimal.

Practica pe primul loc

Odată cu descoperirea, în 1799, a Pietrei de la Rosetta, oamenii de știință au putut să descifreze hieroglifele egiptene și să regândească viziunea modernă a matematicii în Egiptul antic. Egiptenii nu au considerat numerele ca entități abstracte, așa cum grecii au făcut-o secole mai târziu, ci le-au folosit pentru a indica obiecte. Acest pragmatism a încurajat matematica mesopotamiană în urmă cu 2000 de ani. Sunt tăblițe cu operații matematice pentru a proiecta clădiri, pentru a ajuta comerțul sau activitățile agricole, pentru a măsura timpul sau pentru sistematizarea observațiilor astronomice.

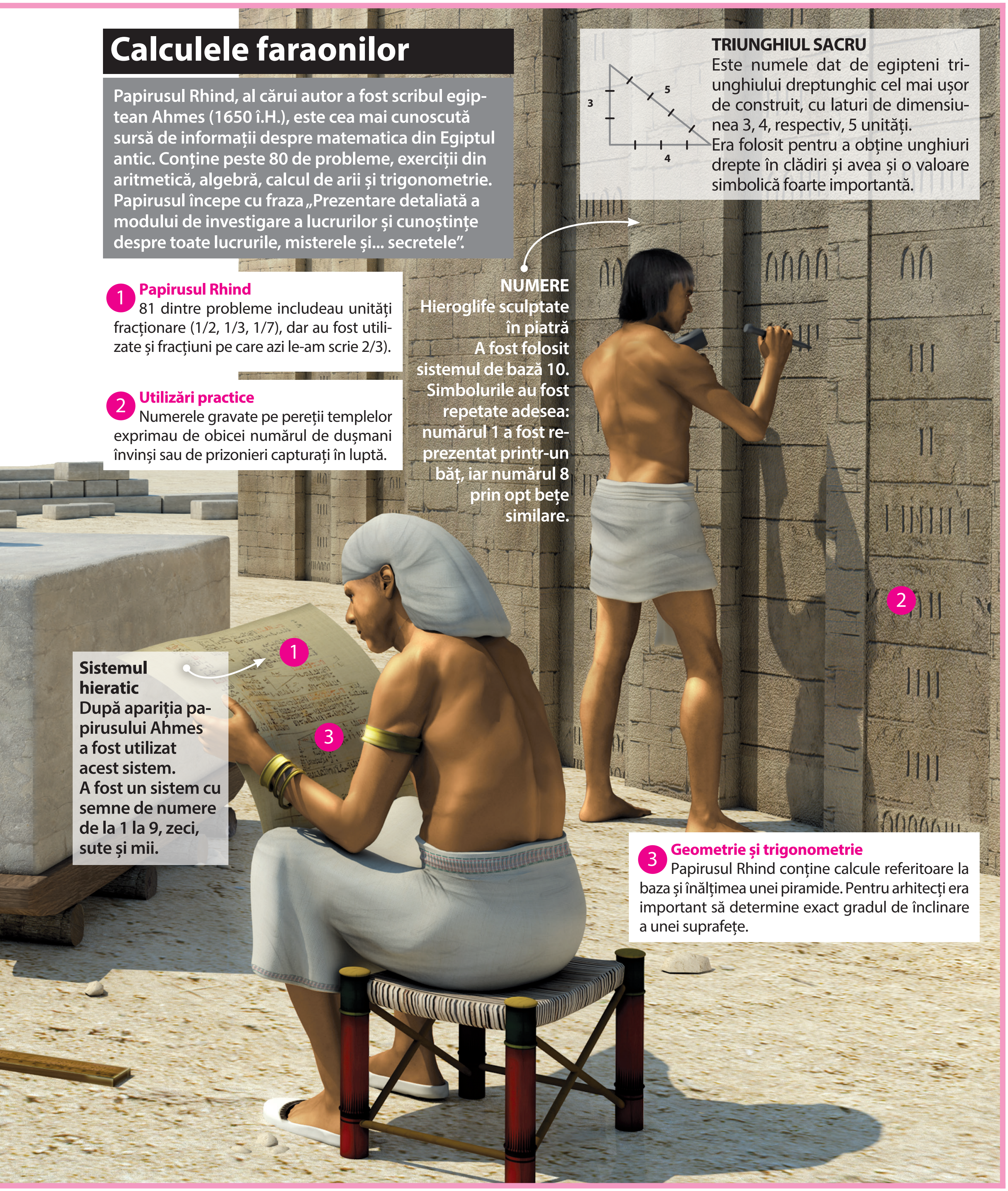
Instrument cu fir cu plumb, folosit pentru a verifica dacă acoperișurile sau podelele clădirilor sunt perfect orizontale și pentru a trasa o linie dreaptă de la Nord la Sud.

Pitagora și Euclid

Filosoful grec Pitagora a petrecut 21 de ani studiind împreună cu matematicieni, preoți și arhitecți egipteni. Euclid, părintele geometriei, a studiat și el în orașul Alexandria din Egipt.

Calculele faraonilor

Papirusul Rhind, al cărui autor a fost scribul egiptean Ahmes (1650 î.H.), este cea mai cunoscută sursă de informaţii despre matematica din Egiptul antic. Conţine peste 80 de probleme, exerciţii din aritmetică, algebră, calcul de arii şi trigonometrie. Papirusul începe cu fraza „Prezentare detaliată a modului de investigare a lucrurilor şi cunoştinţe despre toate lucrurile, misterele şi... secretele”.



TRIUNGHIUL SACRU
Este numele dat de egipteni triunghiului dreptunghic cel mai uşor de construit, cu laturi de dimensiunea 3, 4, respectiv, 5 unităţi.
Era folosit pentru a obţine unghiuri drepte în clădiri şi avea şi o valoare simbolică foarte importantă.

1 Papirusul Rhind
81 dintre probleme includeau unităţi fracţionare (1/2, 1/3, 1/7), dar au fost utilizate şi fracţiuni pe care azi le-am scrie 2/3).

2 Utilizări practice
Numerele gravate pe pereţii templelor exprimau de obicei numărul de duşmani învinşi sau de prizonieri capturaţi în luptă.

NUMERE
Hieroglife sculptate în piatră
A fost folosit sistemul de bază 10. Simbolurile au fost repetate adesea: numărul 1 a fost reprezentat printr-un băţ, iar numărul 8 prin opt beţe similare.

Sistemul hieratic
După apariţia papirusului Ahmes a fost utilizat acest sistem.
A fost un sistem cu semne de numere de la 1 la 9, zeci, sute şi mii.

3 Geometrie şi trigonometrie
Papirusul Rhind conţine calcule referitoare la baza şi înălţimea unei piramide. Pentru arhitecţi era important să determine exact gradul de înclinare a unei suprafeţe.

Am învățat în clasa a IV-a

Maria, George și ***Ioana*** au povestit unde au fost în vacanță.

A. ***Maria*** a fost în vacanță la bunici. Acolo a cules mere și prune. Apoi a ajutat-o pe bunica ei să facă din mere compot și din prune, magiun.

În total au umplut 20 de borcane.

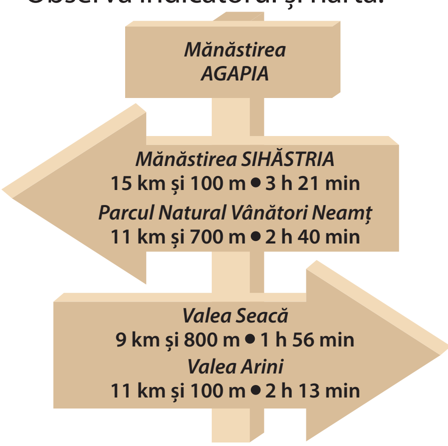
Numărul borcanelor de compot este de trei ori mai mare decât al celor cu magiun.

a) Află câte borcane s-au umplut cu compot și câte cu magiun.

b) Dacă un borcan de compot are 800 mℓ, află ce volum au în total borcanele de compot.

c) Dacă un borcan de magiun cântărește 420 g, află cât cântăresc borcanele cu magiun.

B. ***George*** a fost în vacanță la munte. El a plecat la ora 9:45 din Valea Arini spre Parcul Natural Vânători. Observă indicatorul și harta.



a) Ce distanță a parcurs George?

b) La ce oră a ajuns, dacă a făcut un popas de 62 de minute la Mănăstirea Agapia?

c) Dacă a plecat de la Parcul Natural Vânători la ora 17:00, la ce oră a ajuns la Mănăstirea Sihăstria?

d) Ce distanță parcurge turistul, dus-întors, de la Parcul Natural Vânători până la Mănăstirea Sihăstria?

e) Care distanță este mai mare: de la Valea Arini până la Parcul Natural Vânători sau de la Mănăstirea Sihăstria până la Valea Seacă?

C. ***Ioana*** a fost în vacanță la mare.

a) Află numerele necunoscute.

b) Ordonează crescător numerele aflate.

Scrie sub fiecare litera atașată. Vei descoperi numele mării pe plaja căreia și-a petrecut Ioana o parte din vacanță.

$a + 321\,986 = 954\,187 \rightarrow$ Ă

$b - 23\,402 = 36\,856 \rightarrow$ A

$230\,425 - c = 32\,124 \rightarrow$ G

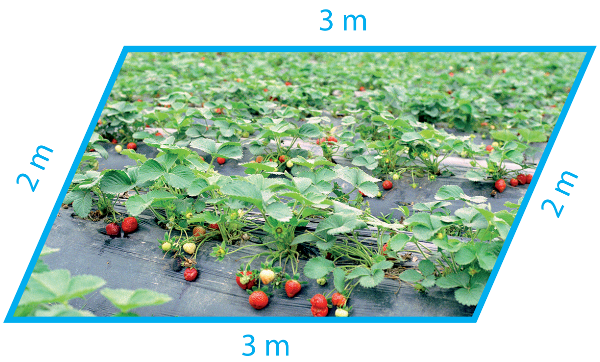
$d \times 36 = 5\,148 \rightarrow$ E

$7\,236 : e = 804 \rightarrow$ N

$f : 12 = 33\,768 \rightarrow$ R

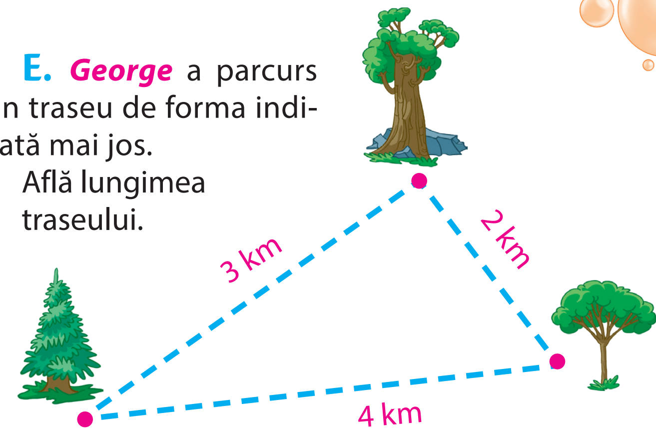
D. ***Maria*** a cules căpșune de pe un teren de forma și dimensiunile de mai jos.

Află perimetrul acestui teren.



E. ***George*** a parcurs un traseu de forma indicată mai jos.

Află lungimea traseului.



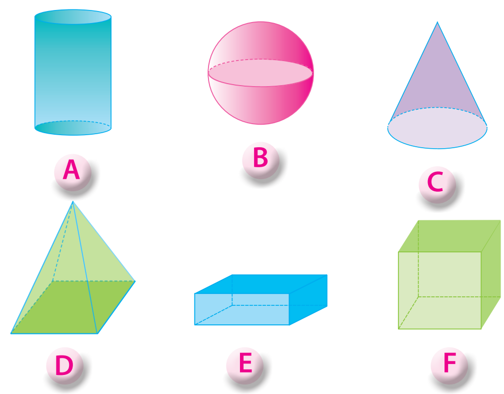
F. ***Ioana*** a desenat un pătrat cu scoici adunate de pe plajă.

Află perimetrul acestui pătrat.

G. Cei trei copii au cumpărat fiecare câte un cadou pentru părinți. Ele au fost ambalate în cutii de forma corpurillor geometrice ilustrate alăturat.

Completează tabelul, în caiet.

Litera	Denumirea corpului	Număr			Forma bazei
		vârfuri	fețe	muchii	
A					
B					
C					
D					
E					
F					



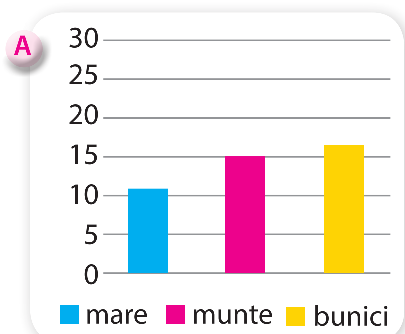
H. Rezolvă următoarele exerciții. Vei afla câți elevi din clasa celor trei copii au fost în vacanță.

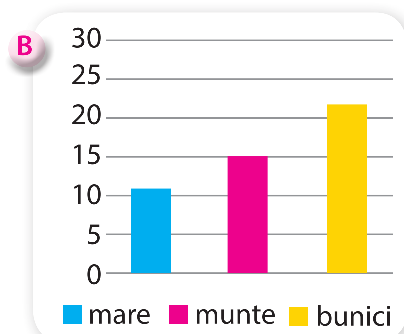
a) la bunici $39 - 51 : [1 + 2 \times (24 \times 25 - 599)]$

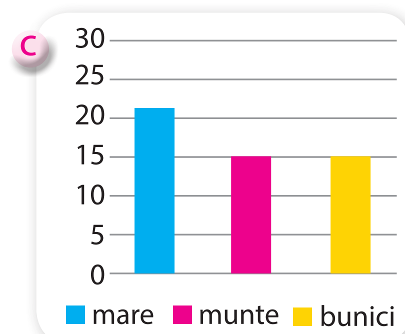
b) la munte $15 + [34 \times (598 - 568) - (671 + 349)]$

c) la mare $25 \times [208 - (707 - 568)] - 28 \times 61 - 6$

Care dintre graficele de mai jos reprezintă corect numărul copiilor care au fost plecați în vacanță, conform celor de mai sus?







Evaluare inițială

START

1. a) Află toate numerele de 4 cifre la care produsul cifrelor este 60, știind că cifra sutelor este 5, iar cifra unităților este 2.
b) Scrie-le în ordine crescătoare.

2. Calculează. Scrie sub fiecare rezultat litera corespunzătoare. Descoperă mesajul!

A produsul numerelor 1 265 și 28

V câtul numerelor 317 700 și 75

R diferența numerelor 12 046 și 899

B suma numerelor 17 127 și 873

O rezultatul exercițiului $3 + 2 \cdot [4 + 6 : (3 \cdot 3 - 3)]$

18 000	11 147	35 420	4 236	13	
					!

3. Scrie cu cifre romane următoarele numere.

1 258 583 1 877 2 017 1 989

4. Calculează.

$\frac{9}{6} - \frac{6}{6} + \frac{5}{6} =$ $\frac{4}{8} + \frac{9}{8} - \frac{5}{8} =$ $\frac{9}{4} - \frac{5}{4} - \frac{1}{4} =$ $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3} =$ $\frac{9}{2} - \frac{1}{2} - \frac{5}{2} =$

5. Află numărul necunoscut.

$230\,425 - a = 32\,124$ $b - 23\,402 = 36\,856$ $c + 321\,986 = 954\,187$

$d \times 36 = 5\,148$ $7\,236 : e = 804$ $f : 12 = 33\,768$

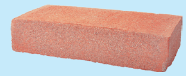
6. Alege varianta corectă.

a) *Cubul*
- Are doar o față în formă de pătrat.
- Are toate fețele în formă de pătrat.
- Are o față în formă de dreptunghi.

b) *Paralelipipedul*
- Are doar o față în formă de dreptunghi.
- Poate avea toate fețele în formă de dreptunghi.
- Are o față în formă de triunghi.

c) *Piramida*
- Are două fețe în formă de dreptunghi.
- Are toate fețele în formă de pătrat.
- Are cel puțin trei fețe în formă de triunghi.



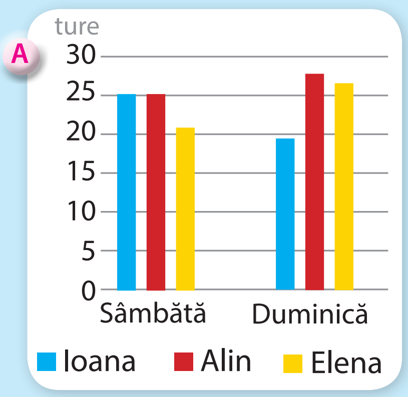


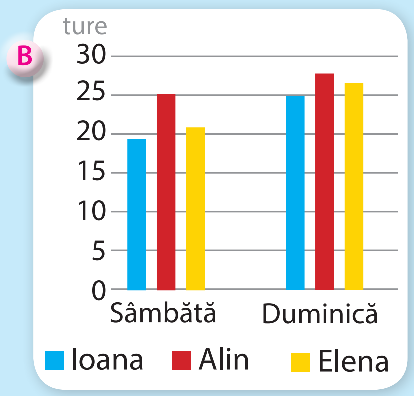
7. Pentru un cub cu lungimea muchiei de 5 cm, calculează:
a) suma lungimilor tuturor muchiilor sale;
b) aria suprafeței desfășurate, exprimată în pătrate cu latura de 1 cm;
c) volumul, exprimat în cuburi cu muchia de 1 cm.

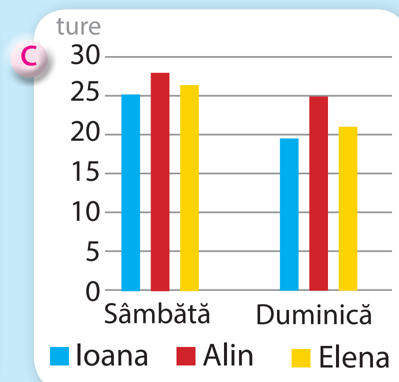
8. Sâmbătă și duminică, Ioana, Alin și Elena au mers în parc cu bicicleta. În tabel poți observa câte ture a făcut fiecare copil în cele două zile.

	Ioana	**Alin**	**Elena**
Sâmbătă	25	28	27
Duminică	19	25	21

Observă graficele. Identifică graficul care ilustrează corect datele din tabel.







Numărul exercițiului	1	2	3	4	5	6	7	8	oficiu
Punctaj	10 p	10 p	10 p	10 p	20 p	10 p	10 p	10 p	10 p

STOP

Unitatea I

Numere naturale

Pe parcursul acestei unităţi vei exersa:

- Identificarea numerelor naturale în contexte variate
- Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operaţiile aritmetice şi proprietăţile acestora
- Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operaţiilor cu numere naturale
- Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăţi referitoare la comparări, aproximări și estimări ale rezultatelor unor operaţii cu numere naturale
- Analizarea unor situaţii date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- Modelarea matematică a unei situaţii date cu numere naturale, rezolvarea problemei obţinute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului
- Reprezentarea matematică a unei situaţii date, provenite din practică, în context intra și interdisciplinar

Matematica de lângă noi

clic

Proiect **Tema 1 Istoria numerelor**

Ce vei face?

Vei realiza un poster în care vei descoperi cum numărau oamenii, cu mulți ani în urmă, într-un alt sistem de numerație, diferit de cel zecimal.

Introducere

Deși nu cunoșteau numerele, nu știau să scrie, să socotească, oamenii din vechile civilizații reușeau să țină evidența animalelor, a mărfurilor, să facă schimburi, să facă comerț.

În diferite perioade istorice, oamenii au încercat să găsească un sistem de numerație, să determine simboluri pentru numere și operații aritmetice. Sistemele de numerație constau în formarea de grupe de un anumit număr de unități, numit bază. Baza nu era aleasă întâmplător: de exemplu, sistemul zecimal se spune că a fost format prin asocierea cu cele zece degete de la mâini, baza 5 corespunzătoare degetelor de la o mână, dar și baza 20 – degetele de la mâini și de la picioare; s-au mai folosit baza 12, care are legătură cu cele 12 ore ale zilei și, respectiv, baza 60 numită și sistem sexazecimal, folosit și astăzi în astronomie și în geometrie, la măsurarea timpului și a arcelor de cerc.

Structura proiectului

Împarte o coală de hârtie A3 în patru părți egale și notează aleatoriu cele patru părți cu literele A; B; C; D. Vei completa cele 4 părți astfel:

A – DESCRIE

Sunt cunoscute multe sisteme de numărare folosite în Antichitate, ca de exemplu: răbojul; sistemele de numerație egiptean, elen, babilonian, roman, mayaș.

- Alege un sistem de numerație diferit de cel zecimal, caută în mediul virtual sau în cărțile de profil informații despre acest sistem și completează cu răspunsurile la următoarele întrebări:
- În ce an a apărut?
- Ce simboluri folosea?
- Scrie câteva proprietăți specifice sistemului de numerație ales.

B – COMPARĂ

Compară sistemul de numerație ales cu sistemul zecimal:

- Asemănări/deosebiri;
- De ce este folosit sistemul zecimal și nu sistemul ales;
- Descrie sistemul zecimal făcând legătura cu sistemul de numerație ales.

C – ANALIZEAZĂ

Calătorește în timp și descrie modul cum numărau oamenii cu sistemul de numerație ales, ce impedimente aveau în numărarea obiectelor.

D – APLICĂ

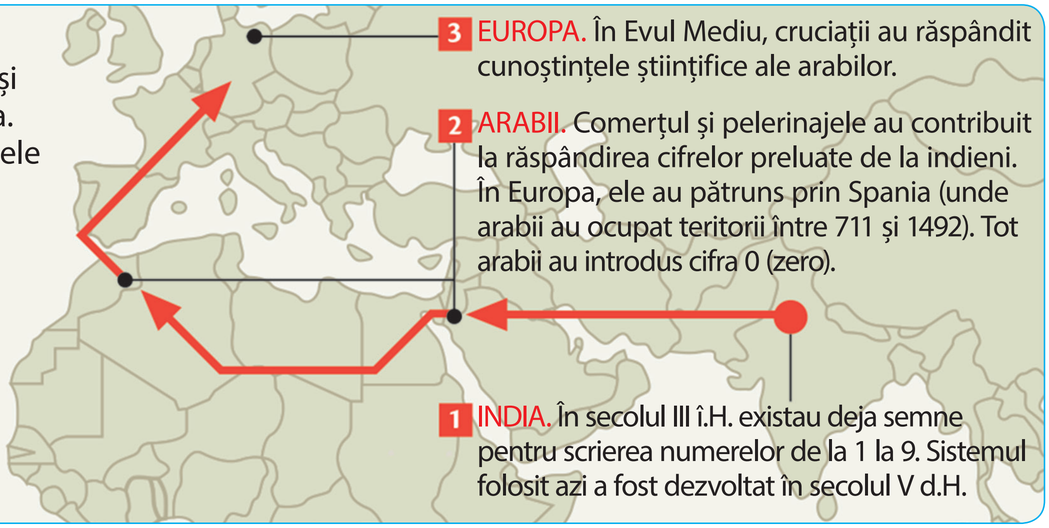
Scrie folosind simbolurile specifice sistemului de numerație ales:

- Un număr de o cifră;
- Un număr de două cifre;
- Un număr de trei cifre;
- Stabilește câte cifre are cel mai lung număr pe care poți să-l scrii;
- Numerele: 7; 132; 25; 36; 268.

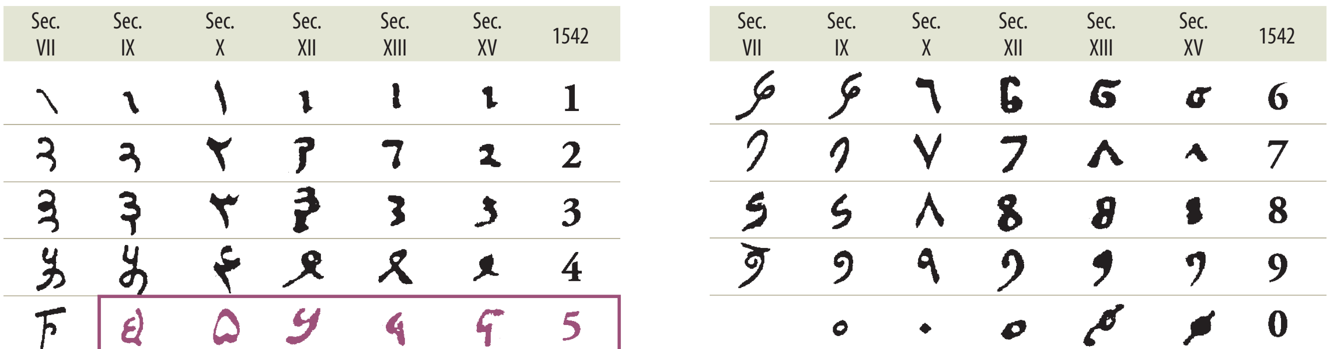
Sistemul numeric s-a dezvoltat în India în secolul al V-lea. Cifrele, simboluri cu ajutorul cărora scriem acum numerele, sunt rezultatul unei transformări treptate.

Originea „cifrelor arabe”

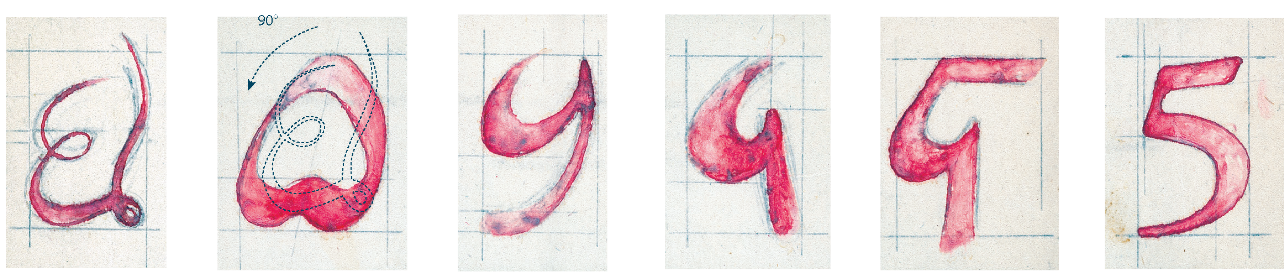
Așa-numitele „cifre arabe” își au, de fapt, originea în India. Comerțul, cultura și războaiele au fost factori importanți în răspândirea lor.



Evoluția elementelor grafice



Evoluția cifrei „cinci” de la simbolul arab la cel european



› Cifrele romane

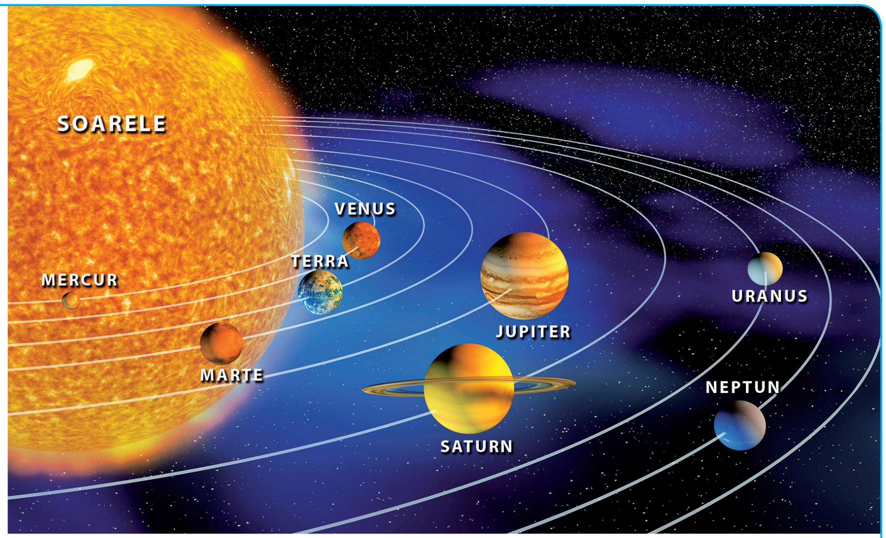
I	1	VI	6	XI	11	XVI	16	XXX	30	LXXX	80	$\overline{V}$	5 000		
II	2	VII	7	XII	12	XVII	17	XL	40	XC	90	$\overline{X}$	10 000		
III	3	VIII	8	XIII	13	XVIII	18	L	50	C	100	$\overline{L}$	50 000		
IV	4	IX	9	XIV	14	XIX	19	LX	60	D	500	$\overline{C}$	100 000	$\overline{M}$	1 000 000
V	5	X	10	XV	15	XX	20	LXX	70	M	1 000	$\overline{D}$	500 000	$\overline{CMXXXII}$CDXCIX	932 499

1. Scrierea și citirea numerelor naturale

Observ. Descopăr. Înțeleg

Observă tabelul următor.

Planeta	Distanța față de Soare
Jupiter	779 000 000 km
Marte	228 000 000 km
Mercur	58 000 000 km
Neptun	4 509 000 000 km
Pământ	150 000 000 km
Saturn	1 432 000 000 km
Uranus	2 884 000 000 km
Venus	108 000 000 km



Știi să citești numerele din tabelul de mai sus?

Rețin

Numerele naturale se scriu utilizând 10 simboluri: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 numite *cifre*, sistemul de numerație fiind numit și sistem de numerație *zecimal*. Se caracterizează prin faptul că 10 unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin superior.

Acesta este un sistem de numerație *pozițional*, locul ocupat de fiecare cifră reprezintă un anumit ordin.

O *clasă* este formată dintr-un grup de 3 ordine consecutive: unități; zeci; sute. Clasele sunt citite de la dreapta la stânga astfel: clasa unităților; miilor; milioanelor; miliardelor; trilioanelor etc.

Clasa	Miliarde	Milioane			Mii			Unități		
Ordinul	Unități (de miliarde)	Sute (de milioane)	Zeci (de milioane)	Unități (de milioane)	Sute (de mii)	Zeci (de mii)	Unități (de mii)	Sute	Zeci	Unități

Cum scriem numerele	Cum citim numerele
• Scriem una după cealaltă cifrele care reprezintă numărul unităților din fiecare ordin. • Se scrie zero (0) în locul claselor sau al ordinelor care lipsesc, cu excepția primei cifre. • Se lasă spațiu între clase.	• Se citește, de la stânga la dreapta, numărul format din cifrele fiecărei clase, spunând apoi numele clasei. • Nu se pronunță numele niciunei clase sau ordin, dacă acestea conțin zerouri.

Exemplu: distanța de la Neptun la Soare se citește „patru miliarde cinci sute nouă milioane” de kilometri.

Citește și celelalte numere din tabelul de sus.

Istoric

Evoluția cifrelor de la forma hindi la forma actuală

În anul 610, savantul hindus Aryabhata a inventat cele 9 semne grafice pentru cifrele nenule, iar în loc de 0 a folosit un punct (•). În secolul al VIII-lea d.H., arabii au adoptat acest sistem și a fost introdus simbolul pentru cifra 0. În 1202, matematicianul italian Fibonacci (1170-1250) a introdus sistemul zecimal în Europa, odată cu publicarea cărții *Liber Abaci*.

Aplic

La ora de Istorie are loc următorul dialog:
Profesorul: *Mălina, când a domnit Ștefan cel Mare?*
Mălina: *O mie patru sute și ceva până în o mie cinci sute și ceva*
Anii spuși de Mălina pot fi scriși matematic astfel: $\overline{14ab}-\overline{15cd}$.
Literele pot ține locul cifrelor unui număr atunci când nu avem informații clare.

Putem folosi orice literă din alfabet, iar dacă numărul are mai multe cifre, putem să folosim indici: $\overline{a_1a_2a_3...a_n}$, unde n poate fi orice număr natural.

Număr	Două cifre	Trei cifre	Patru cifre	Cinci cifre
Formă	$\overline{ab}$ sau $\overline{a_1a_2}$	$\overline{abc}$ sau $\overline{a_1a_2a_3}$	$\overline{abcd}$ sau $\overline{a_1a_2a_3a_4}$	$\overline{abcde}$ sau $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Lucrez

1. Dă câte un exemplu de număr:
a) cu 4 cifre; b) cu 5 cifre; c) cu 6 cifre.
În fiecare caz, scrie numerele:
• cu cifre; • cu litere.

2. Aranjează cuvintele astfel încât să obții un număr.

treizeci | șapte | șase sute | și | cinci mii

3. Cu 1; 2; 3 scrie cu litere și cu cifre:
a) un număr de trei cifre;
b) un număr de patru cifre.

4. Scrie cu ajutorul literelor data și anul nașterii, respectiv, al morții, lui Mihai Eminescu.

Mihai Eminescu
15 ianuarie 1850 –
15 iunie 1889

5. a) Scrie cu litere numerele: 201 010; 3 004 001; 15 015 015.
b) Scrie cu cifre numerele: patru sute de mii două sute șaptesprezece; douăzeci de milioane patruzeci și șapte.

6. Numim *număr special* acel număr care are clasa miilor 473.
Extrage din șirul următor numerele speciale: 5 472 343; 62 473 214; 473 104; trei milioane patru sute șaptezeci și trei de mii trei sute douăzeci și șapte; treisprezece milioane trei sute șaptezeci și trei de mii o sută treizeci și cinci.

7. În numărul 984 267 301, stabilește clasa și ordinul următoarelor cifre: 8; 2; 0; 9; 3.

8. Aruncă șase zaruri.
a) Scrie cu cifre și cu litere două numere ce se formează cu cifrele corespunzătoare numărului de puncte de pe fețele zarurilor.
b) Câte numere cu toate cifrele egale se pot forma?
* c) Câte numere cu cifrele diferite două câte două se pot forma?

9. Scrie cu cifre și cu litere toate numerele de forma $\overline{aa}$.

10. Scrie toate numerele naturale cu cifre diferite între ele de forma:
a) $\overline{17\,a49}$; b) $\overline{3\,50x\,497\,62y}$.

11. *Numai 7:*
a) În câte numere de două cifre apare cifra 7? Scrie-le pe cele care au cifra unităților 7.
b) Câte numere de trei cifre conțin două cifre de 7?
c) Câte numere de trei cifre au cifra zecilor 7?

12. Numim număr *simpatic* acel număr de trei cifre care este egal cu răsturnatul său.
(*răsturnatul* numărului $\overline{abc}$ este $\overline{cba}$)
a) Dă exemplu de trei numere simpatice.
* b) Câte numere simpatice există?

Gândesc creativ

Mama Anei are trei copii. Doi dintre ei se numesc Sofia și Maria. *Cum se numește cel de-al treilea copil?*

2. Compararea numerelor naturale

Observ. Descopăr. Înțeleg

Familia Martin și-a stabilit un buget cuprins între 4 040 lei și 4 150 lei pentru organizarea vacanţei de vară.

a) Stabileşte dacă își pot petrece vacanţa în Maldive, știind că un pachet costă 4 138 lei.

b) Scrie preţul cel mai mic și cel mai mare al unui pachet ce poate intra în calculele familiei.

Rezolvare:

a) Da, pentru că $4\,040 < 4\,138 < 4\,150$.

b) Cel mai mic preț: 4 040 lei; cel mai mare: 4 150 lei.

Rețin

$<$ $=$ $>$

Dacă numerele sunt scrise cu număr diferit de cifre, este mai mare numărul scris cu mai multe cifre.

Dacă numerele sunt scrise cu același număr de cifre, se compară valorile cifrelor, de la stânga la dreapta.

Aplic

Compară numerele a și b dacă:

a) $a = 3\,333$; $b = 999$

Se observă că a este format din patru cifre, în schimb b, conţine 3 cifre.

Deci $a > b$.

b) $a = 2\,017$; $b = 2\,018$

Numerele au acelaşi număr de cifre, deci comparăm de la stânga la dreapta:

$2 = 2$ $0 = 0$ $1 = 1$ $7 < 8$

Avem: $2\,017 < 2\,018$.

Rețin

Ordonare crescătoare: numerele sunt așezate de la cel mai mic la cel mai mare.

Ordonare descrescătoare: numerele sunt așezate de la cel mai mare la cel mai mic.

Rețin

Șirul numerelor naturale: 0, 1, 2, 3, ... , n, $n + 1$, ... este infinit, deoarece nu există un cel mai mare număr natural.

Doi termeni care urmează unul după altul: n și $n + 1$ se numesc ***numere consecutive***.

Numerele consecutive pot fi scrise atât crescător (29; 30; 31; 32; 33; 34 sau a; $a + 1$; $a + 2$; $a + 3$; $a + 4$; $a + 5$), cât și descrescător (39; 38; 37; 36; 35; 34 sau c; $c - 1$; $c - 2$; $c - 3$; $c - 4$; $c - 5$).

Fie numerele consecutive n și $n + 1$.

- ***n*** se numește ***predecesorul*** lui $n + 1$.
- ***n + 1*** se numește ***succesorul*** lui n.

Istoric

În 1631, englezul Thomas Harriot (1560-1621) introduce semnele „<” și „>” pentru a desemna „mai mare” și „mai mic”. Thomas Harriot a fost matematician, astronom și etnograf, fiind cunoscut ca prima persoană care a realizat un desen al Lunii văzute printr-un telescop, dar și cel care a introdus cartoful în Marea Britanie.

Lucrez

1. Distanța rutieră București – Hamburg este de 1 977 km, iar București – Moscova, 1 895 km. Stabilește care dintre cele două orașe este mai îndepărtat față de București.

2. Observă tabelul.

Orașul	Număr de locuitori
Delhi	18 916 890
Istanbul	14 350 423
Lagos	15 500 000
Londra	13 945 000
Los Angeles	18 584 159
Rio de Janeiro	14 387 000

a) Enumeră orașele în ordinea crescătoare a numărului de locuitori.
b) Care este orașul cu cea mai mare populație? Dar cu cea mai mică?

3. Compară următoarele numere naturale folosind în scriere semnele „ < ", „ = " sau „ > "
a) 25 781 ☐ 25 780
b) 1 123 975 ☐ 10 123 411
c) 985 697 ☐ 985 787
d) 671 234 ☐ 671 234
e) 100 000 ☐ 99 999

4. Scrie:
a) predecesorul lui 1 111;
b) succesorul lui 1 001;
c) succesorul celui mai mare număr natural scris cu două cifre;
d) numărul al cărui predecesor este cel mai mic număr natural de 4 cifre distincte;
e) predecesorul numărului $\overline{xyz}$.

5. Dă un exemplu de 4 numere de 4 cifre astfel încât să formeze un șir crescător de numere naturale.

6. a) Câte numere sunt în șirul: 1, 2, 3, ..., 129?
b) Câte numere sunt în șirul: 1, 2, 3, ..., 97?
c) Câte numere sunt în șirul: 98, 99, ..., 129?
d) Care dintre următoarele șiruri are mai mulți termeni?
73, 74, 75, ..., 293 sau
117, 118, 119, ..., 336?

7. Ocupanții primelor 5 locuri la un concurs de alergare au obținut timpi exprimați prin numere naturale consecutive. Află în câte minute au terminat cursa cei cinci concurenți, în fiecare dintre situațiile următoare:
a) primul clasat a parcurs cursa în 329 minute;
b) timpul celui de-al cincilea clasat reprezintă cel mai mare număr natural de două cifre distincte;
c) cel de-al treilea clasat a parcurs distanța în 40 minute.

8. În tabăra de la Bușteni au fost 3 296 de copii, la Azuga 3 296, iar la Brașov, 3 290 de copii. Ordonează crescător numărul de copii participanți în tabere și stabilește tabăra cu cei mai puțini participanți.

9. La un concurs s-au obținut următoarele punctaje: *Raluca* 2 187 puncte; *Mihaela* 2 189 puncte, *Viorel* 2 173 puncte, *Lucrețiu* 198 puncte, *Ionuț* 199 puncte.
Ordonează descrescător punctajele obținute și stabilește cei trei premianți.

Test

Alege varianta corectă.	A	B	C	D
1. Numărul treisprezece milioane treizeci de mii patru sute șapte scris cu cifre este:	13 300 407	13 030 407	1 303 407	13 300 047
2. Între 27 și 43 se află:	16 numere	17 numere	15 numere	14 numere
3. Cel mai mic număr natural de patru cifre diferite este:	1 234	1 032	1 012	1 023
4. Numărul de numere de două cifre egale este:	9	10	8	11

3. Reprezentarea pe axă a numerelor naturale. Aproximări

Observ. Descopăr. Înțeleg

La un maraton, de-a lungul drumului de alergare, din 5 în 5 km au fost plasate, la distanţe egale, 9 borne, începând cu linia de plecare şi terminând cu linia de sosire.

Fiecărei borne i s-a asociat o literă astfel:

Număr / bornă	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Literă	A	B	C	D	E	F	G	H	I

a) Câţi kilometri au parcurs concurenţii: de la borna *A* până la borna *C*, de la *F* până la *H*?

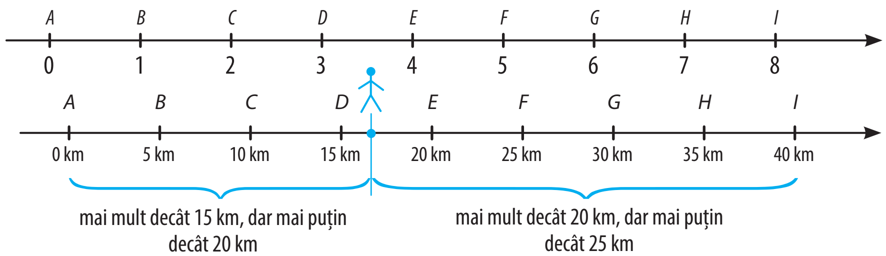
b) Câţi kilometri a avut traseul?

c) Dacă un concurent s-a oprit între borna *D* şi *E*, determinaţi cu aproximaţie câţi kilometri a parcurs şi cât mai are până la final.

Rezolvare:

Fiecărei litere putem să-i asociem numărul de kilometri parcurşi.

Număr / bornă	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Literă	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Distanţă parcursă	0 km	5 km	10 km	15 km	20 km	25 km	30 km	35 km	40 km



Schematic putem considera drumul o dreaptă, iar bornele puncte, astfel încât oricare două puncte consecutive se află la aceeaşi distanţă unul faţă de altul (în acest caz, 5 km).

Deoarece între D şi E sunt 5 km, nu putem să răspundem cu exactitate la întrebarea de la punctul c), din acest motiv trebuie să aproximăm. De la *A* la *D* sunt 15 km, iar de la *E* la *I* sunt 20 km.

Dacă aplicăm regulile aproximării, avem:

– distanța parcursă, aproximată la zeci: 20 km; aceasta este o aproximație *prin adaos*;

– distanța rămasă de parcurs, aproximată la zeci: 20 km; aceasta este o aproximație *prin lipsă*.

Rețin

Axa numerelor este o dreaptă pe care fixăm un punct, numit *origine*, alegem un segment, numit *unitate de măsură* şi stabilim un sens de parcurgere a dreptei, de regulă, de la stânga spre dreapta.

Originea corespunde numărului zero, iar unitatea de măsură este distanţa dintre două puncte care corespund la numere consecutive.

Fiecărui punct de pe axă îi corespunde un singur număr numit ***coordonata*** punctului.

Coordonata reprezintă distanţa de la origine la punctul dat.

Matematica și limba română

Observă câteva cuvinte care exprimă aproximări:

- *Cu peste* 4 000 000 000 de ani în urmă s-a format Pământul.
- Acum *aproximativ* 65 000 000 ani au dispărut dinozaurii.
- Ochiul omenesc poate percepe flacăra unei lumânări de la *circa* 3 km (în condiţii de vizibilitate optimă).
- *Aproape* 30 000 de muncitori au lucrat la construcţia celor mai cunoscute piramide din Egipt.

Aplic

La o lucrare de control, elevii clasei a V-a B au avut de reprezentat numerele de o singură cifră pe axă. Nota maximă pe care poate să o primească un elev este 10, dar pentru o greșeală se scade câte un punct.

Observă reprezentările următorilor elevi și notele obținute de aceștia.

Elev		Notă	Greșeală
Alex	A B C D E F G H I 1 2 3 4 5 6 7 8 9	9	originea
Raluca	A B C D E F G H I J 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	8	distanţele diferă, dreapta nu are sens
Rareș	A B C D E F G H I J 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	10	
Petru	A B C D E F G H I 0 1 2 4 3 5 6 7 8	7	distanţele diferă, lipsește numărul 9, punctele nu sunt crescătoare

Reţin

Aproximăm numărul atunci când nu avem nevoie de toate cifrele sale, ci doar de ordinul său de mărime. Putem aproxima:

prin lipsă până la:
- zeci = cel mai mare număr natural format numai din zeci, dar mai mic decât numărul dat
- sute = cel mai mare număr natural format din sute, dar mai mic decât numărul dat
- mii = etc.

prin adaos până la:
- zeci = cel mai mic număr natural format numai din zeci, dar mai mare decât numărul dat
- sute = cel mai mic număr natural format din sute, dar mai mare decât numărul dat
- mii = etc.

Rotunjirea unui număr constă în înlocuirea acestuia cu aproximarea cea mai apropiată, deci reprezintă o aproximare „mai exactă”.

Dacă cifra din dreapta celei după care se face rotunjirea este 0, 1, 2, 3, 4, se aproximează prin lipsă, iar dacă cifra din dreapta este 5, 6, 7, 8, 9, se va alege aproximarea prin adaos.

Lucrez

1. Reprezintă pe axa numerelor naturale puncte ale căror coordonate sunt numerele:
a) 30; b) 25; c) cuprinse între 10 și 14;
d) care se rotunjesc la 20.

2. Care este ordinea așezării pe axă a punctelor *M*, *N*, *P*, *Q* de coordonate, respectiv: 123 321; 123 421;123 121; 123 320?

3. Punctele *M*, *A*, *T*, *E* au coordonatele a_1, a_2, a_3, a_4. Dacă pe axa numerelor *T* se află între *M* și *A*, respectiv, *E* între *M* și *T*, scrie în ordine crescătoare cele 4 coordonate.

4. Determină rotunjirile până la zeci, sute, mii ale numerelor: 3 457; 58 940; 729 463.

5. Pe axa numerelor naturale, punctele *A* și *B* au coordonatele 89, respectiv, 132.
Stabilește ordinea celor două puncte.

6. Completează, apoi procedează la fel cu numărul 56 482.

Numărul		56 271
Aproximat la sute	prin adaos	
	prin lipsă	
Aproximat la zeci	prin adaos	
	prin lipsă	
Rotunjit la	zeci	
	sute	
	mii	
	zeci de mii	

Gândesc creativ

Care vârf era cel mai înalt din lume înainte să fie cucerit Everestul?

4. Adunarea numerelor naturale

Observ. Descopăr. Înțeleg

Pentru a culege fructele dintr-o livadă s-au strâns 47 de oameni şi au hotărât să lucreze 6 ore. În prima zi ei au cules 247 kg de mere. Dându-şi seama că nu reuşesc să termine la timp, au mărit cu 2 numărul de ore lucrate, astfel că a doua zi au cules cu 89 kg mai mult decât în prima zi. Dacă în a treia zi au cules 338 kg, determină:

a) Câte ore au lucrat în a doua zi?
b) Câte kilograme au cules în a doua zi?
c) Câte kilograme au cules în total în cele 3 zile?

Rezolvare:

a) $6 + 2 = 8$ (ore);
b) $247 + 89 = 336$ (kg)
c) $247 + 336 + 338 = 921$ (kg)

247 + 89 = 336
termeni sumă

a* + *b* = *c
termeni sumă

ADUNARE
- cu ... mai mult
- crește cu ...
- este mai mare cu ...
- suma numerelor ...

Lucrez

1. Calculează:
a) $345 + 243$ b) $498 + 9\,489$
c) $69\,485 + 872$ d) $4\,389 + 7\,588 + 786$
e) $695 + 437 + 896 + 14$

2. Câte numere de forma $\overline{a2b}$ cu suma cifrelor 11 există?

3. Emil și Simona joacă următorul joc: Emil trebuie să afle toate numerele de forma $\overline{a5b}$ cu suma cifrelor 20, iar Simona, toate numerele de forma $\overline{2a3b}$ cu suma cifrelor 20. Câștigă cel care a aflat cele mai multe numere. Stabilește cine este învingător.

4. Mihai și Viorel au mâncat toate cireșele dintr-un coș. Mihai a mâncat 17 cireșe, iar Viorel, cu 5 cireșe mai mult. Câte cireșe erau în coș?

5. Într-un campionat, echipa de pe locul 4 a acumulat 14 puncte și fiecare echipă are cu două puncte mai mult decât echipa clasată anterior.
Câte puncte a avut echipa câștigătoare?

6. La un meci de baschet, Alex a marcat 37 puncte, Tavi, 29 puncte, iar Cătălin a marcat cât Alex și Tavi la un loc. Câte puncte a marcat Cătălin?

7. În pătratul de mai jos sunt scrise numerele de la 1 la 9. Completează spațiile libere astfel încât suma numerelor pe orizontală, pe verticală și pe diagonală să fie aceeași.

	1	
7		3

8. Completează pătratul de mai jos cu numere naturale astfel încât suma numerelor din oricare pătrat 2×2 să fie 20.

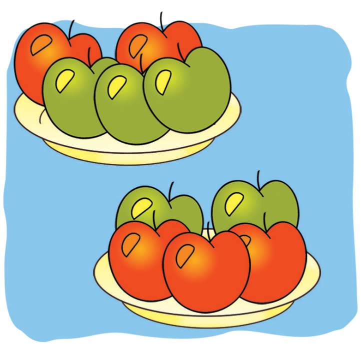
	1	
9	2	5
	3	

9. Suma a 10 numere naturale distincte este 46. Află numerele.

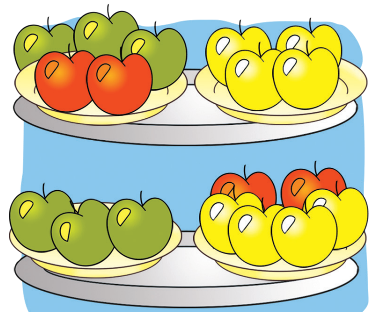
Istoric

La începutul istoriei omenirii, adunarea numerelor nu era o misiune ușoară. Nu existau sisteme de numerație utile pentru adunare; oamenii au căutat metode pentru a ține evidența mărfurilor, a animalelor din posesie, a recoltelor etc. Pentru cantitățile mici sau medii s-au folosit de degete, bețișoare, pietre sau saci cu greutăți, iar pentru cantitățile mari s-au folosit de abac (un instrument de calcul format dintr-o placă pe care se aliniau pietre sau discuri de fildeș).

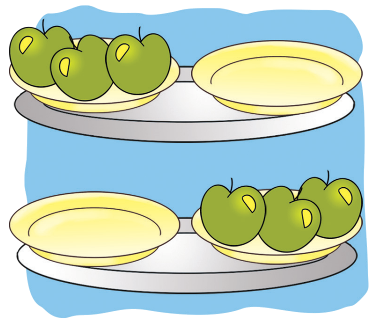
Este interesant că abacul a apărut simultan și independent în aproape toate colțurile lumii, cu diferite denumiri: abacul chinezesc - suan pan, abacul incas - yupane; abacul japonez - noroban.



$2 + 3 = 3 + 2$



$(3 + 2) + 4 = 3 + (2 + 4)$



$3 + 0 = 0 + 3 = 3$

Rețin

Suma a două numere naturale nu se schimbă dacă modificăm ordinea termenilor.

$$a + b = b + a$$

(a și b sunt numere naturale)

Această proprietate se numește ***comutativitatea adunării.***

Suma nu se schimbă dacă regrupăm termenii:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

(a, b, c sunt numere naturale)

Această proprietate se numește ***asociativitatea adunării.***

Suma nu se schimbă dacă adăugăm termeni nuli:

$$a + 0 = 0 + a = a$$

(a este un număr natural)

Numărul 0 este ***element neutru*** pentru operaţia de adunare.

Lucrez

1. Calculează, folosind proprietățile adunării:
a) $9 + 7 + 11$
b) $437 + 1\ 250 + 563 + 750$
c) $27 + 99 + 1 + 73$
d) $1 + 2 + 3 + 4$
e) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ... + 10$
f) $(33 + 198) + 67$
g) $(99 + 198) + (101 + 2)$
h) $3\ 473 + (549 + 527)$

2. Observă exemplele de calcul rapid:

$35 + 9 = 35 + 10 - 1 = 45 - 1 = 44$
$48 + 11 = 48 + 10 + 1 = 58 + 1 = 59$

Calculează asemănător:

A a) $67 + 9$ b) $128 + 99$ c) $3\ 287 + 999$
d) $59 + 8$ e) $345 + 98$ f) $5\ 498 + 998$

B a) $58 + 11$ b) $165 + 101$ c) $3\ 259 + 1\ 001$
d) $79 + 12$ e) $542 + 102$ f) $2\ 685 + 1\ 002$

3. Stabilește legătura dintre un număr format cu cifrele 2, 4, 6, 8 luate o singură dată și numărul 20.

4. Două numere sunt *superbe* dacă sunt formate din aceleași cifre și suma lor este tot un număr format cu aceleași cifre. Stabilește dacă 28 514 și 51 428 sunt *superbe*.

5. Află suma maximă și cea minimă ale cifrelor unui număr de 4 cifre.

6. * Refă adunarea de mai jos cunoscând regula: unei litere îi corespunde o singură cifră, iar pentru litere diferite folosim cifre diferite.

C N I I +
T M I
2 1 8 6

Câte soluții are problema?

7. Înlocuiește literele *a, b, c, d, e, f, g* cu numerele: 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, astfel încât suma $\overline{abcd} + \overline{efg}$ să fie cea mai mare posibilă.

8. La un turneu de șah au participat 20 de concurenți. Dacă s-a jucat „fiecare cu fiecare", stabilește câte partide au avut loc.

Gândesc creativ

Cum poți obține suma 1 000 folosind opt cifre de 8?

5. Scăderea numerelor naturale

Observ. Descopăr. Înțeleg

Familia Ionescu a economisit într-un cont bancar 42 745 lei. Anul acesta și-a propus să-și renoveze apartamentul și cu această ocazie să-și schimbe și mobila. Pentru renovare au contactat o firmă specializată, pentru serviciile căreia au de plătit 31 346 lei, iar pentru mobilă trebuie să achite 12 700 lei. De câți lei mai are nevoie familia Ionescu pentru a realiza ce și-a propus?

SCĂDERE
- diferență
- cu ... mai puțin
- este mai mic cu ...
- scade cu ...

Rezolvare:

După renovare, familia Ionescu rămâne cu 11 399 lei.
11 399 < 12 700, deci nu-i ajung banii pentru mobilă.
Mai are nevoie de 1 301 lei.

$$\begin{array}{r} 42\,745 - \\ \underline{31\,346} \\ 11\,399 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12\,700 - \\ \underline{11\,399} \\ =1\,301 \end{array}$$

termeni

12 700 – 11 399 = 1 301

descăzut scăzător diferență

termeni

$a - b = c$

descăzut scăzător diferență

Rețin

Adunarea

$a + b = c$

Proba adunării

- prin adunare
  $b + a = c$
- prin scădere
  $c - a = b$
  $c - b = a$

Scăderea

$a - b = c$

Proba scăderii

- prin adunare
  $b + c = a$
  $c + b = a$
- prin scădere
  $a - c = b$

Lucrez

1. Verifică corectitudinea calculelor, efectuând proba.
a) 3 279 – 1 435 = 1 844
b) 3 459 + 2 765 = 6 224

2. Calculează, apoi verifică rezultatele făcând proba.
a) 396 + 1 473
b) 4 936 – 2 721

3. Mai putem vorbi despre asociativitate, comutativitate sau element neutru la scădere?

4. Calculează, apoi efectuează proba.
a) 294 – 152
b) 304 – 29
c) 1947 – 948
d) 294 – 99 – 35
e) 793 – (493 – 85)
f) (10 001 – 97) – 486
g) 1 000 – 29

5. Câți ani a trăit Tudor Arghezi?

Tudor Arghezi
21 mai 1880-14 iulie 1967

Istoric

Simbolul „–" (minus), folosit pentru operația de scădere (ca și simbolul „+" – plus –, folosit pentru adunare), a apărut în cartea de economie „Aritmetica comercială", scrisă de matematicianul ceh Joham Wodman (1460 - 1505). Astfel, inițial a fost folosit cu semnificația de „deficit" în problemele economice.

În matematică, cele două semne, „+" și „–", au fost utilizate și popularizate de matematicianul francez François Viète (1540-1603). În România au fost introduse în sec. al XVIII-lea.

Aplic

Calculează și compară rezultatele:
a) 23 + 67 – 16 și 67 + 23 – 16
b) 134 – 11 + 14 – 9 și (134 – 11) + (14 – 9)
c) 237 – 12 – 15 și 237 – (12 + 15)

Rețin

$a + b - c = b + a - c$
$a - b + c - d = (a - b) + (c - d)$
$a - b - c = a - (b + c)$

Lucrez

1. Află diferențele!

Cea mai înaltă clădire	
din România	**din lume**
City Center sky Tower, Floreasca, București	Burj Khalife Dubai, Emiratele Unite
137 m	828 m
diferența:	

Cel mai înalt vârf	
din România	**din lume**
Vârful Moldoveanu, Munții Făgăraș	Muntele Everest, granița Nepal-China
2 544 m	8 848 m
diferența:	

Cel mai aglomerat oraș	
din România	**din lume**
București	Tokyo, Japonia
1 883 425 locuitori	34 000 000 locuitori
diferența:	

2. Ana a scris o secvență de 5 numere naturale consecutive. Cât este diferența dintre cel mai mare și cel mai mic dintre numere?

3. Elena dă la casa de marcat o bancnotă de 50 de lei pentru un joc de 37 de lei. Ce rest primește?

4. Observă exemplele de calcul rapid:

76 – 9 = 76 – 10 + 1 = 66 + 1 = 67
56 – 11 = 56 – 10 – 1 = 46 – 1 = 45

Calculează asemănător:

A a) 46 – 9 b) 354 – 99 c) 5 324 – 999
d) 72 – 8 e) 802 – 98 f) 3 526 – 998

B a) 69 – 11 b) 321 – 101 c) 9 205 – 1001
d) 79 – 12 e) 542 – 102 f) 4 712 – 1002

5. a) Află diferența a două numere știind că scăzătorul este 87, iar descăzutul, 157.
b) Află descăzutul știind că diferența este 876, iar scăzătorul este 95.
c) Află scăzătorul dacă diferența este 149, iar descăzutul, 258.

6. Determină cifrele înlocuite de steluțe.

a) 3 496 –
* * *
1 579

b) * * * * –
499
8 759

c) 5 * 2 * –
* 8 * 6
2 567

7. Ana și Maria se confruntă într-un joc: Ana numără perechile de numere de două cifre a căror diferență este 10, iar Maria numără perechile de numere de trei cifre a căror diferență este 100. Câștigă cea care numără cele mai multe perechi. Stabilește câștigătoarea.

8. Cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6 formează 2 numere cu cifre distincte, astfel încât diferența lor să fie minimă posibilă.

9. * Câte numere de 2 cifre care au diferența cifrelor 3 există?

Test

Alege varianta corectă.	A	B	C	D
1. Efectuând 245 – 99 + 345 – 198 obținem numărul:	283	293	199	294
2. Suma dintre 2 567 și diferența numerelor 1 856 și 567 este:	3 876	3 867	3 756	3 856
3. Un elev cumpără o carte care costă 29 lei, două caiete cu 18 lei, trei pixuri cu 33 lei. Dacă la casă dă o bancnotă de 100 lei, va primi rest:	20 lei	19 lei	21 lei	30 lei
4. Alina a lucrat într-o zi 7 exerciții, în a doua zi cu două mai puține decât în ziua precedentă, iar în a treia zi, cât în cele două zile anterioare la un loc. În cele trei zile, Alina a lucrat:	21	22	23	24

6. Înmulțirea numerelor naturale

Observ. Descopăr. Înțeleg

Mihaela vrea să cultive roșii în grădină. În urma documentării, află că roșiile se cultivă prin răsad. Plantarea se face începând cu mijlocul lunii aprilie și până în luna mai, pe rânduri, la distanța de 76 cm; pe fiecare rând, răsadurile trebuie să fie la distanță de 10 cm între ele. Dacă totul va decurge normal, pe fiecare răsad vor apărea între 5 și 14 roșii.

a) Câți centimetri are un rând în care au fost plantate 27 de răsaduri?

b) Ce lungime are terenul cultivat, dacă s-au format 48 de rânduri cu răsaduri?

c) Care este numărul maxim și cel minim de roșii culese de Mihaela, dacă presupunem că datele teoretice s-au adeverit în practică?

Rezolvare:

a) • 27 răsaduri
 • 10 cm între răsaduri

$$\underbrace{10 + 10 + \ldots + 10}_{\text{de 26 de ori}}$$

$26 \cdot 10$ cm $= 260$ cm
sau 10 cm $\cdot 26 = 260$ cm

b) • 48 rânduri
 • 76 cm între rânduri

$$\underbrace{76 + 76 + \ldots + 76}_{\text{de 47 de ori}}$$

$47 \cdot 76$ cm $= 3\,572$ cm
sau 76 cm $\cdot 47 = 3\,572$ cm

c) Numărul total de roșii:
- minim $(27 \cdot 48) \cdot 5 = 1\,296 \cdot 5 = 6\,480$ sau $27 \cdot (48 \cdot 5) = 27 \cdot 240 = 6\,480$
- maxim $(27 \cdot 48) \cdot 14 = 1\,296 \cdot 14 = 18\,144$ sau $27 \cdot (48 \cdot 14) = 27 \cdot 672 = 18\,144$

$26 \cdot 10 = 260$
factori produs

$a \cdot b = c$
factori produs

Rețin

Produsul a două numere naturale nu se schimbă dacă modificăm ordinea factorilor.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

(a și b sunt numere naturale)

Această proprietate se numește ***comutativitatea înmulțirii.***

Produsul nu se schimbă dacă regrupăm factorii:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

(a, b, c sunt numere naturale)

Această proprietate se numește ***asociativitatea înmulțirii.***

Produsul nu se schimbă dacă înmulțim cu 1:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

(a este un număr natural)

Numărul 1 este ***element neutru*** pentru operaţia de înmulțire.

Lucrez

1. Scrie ca înmulțire, apoi calculează:

a) $29 + 29 + 29$

b) $1\,245 + 1\,245 + 1\,245 + 1\,245$

c) $\underbrace{291 + 291 + 291 + \ldots + 291}_{\text{de 10 ori}}$

2. Calculează, asociind convenabil:

a) $4 \cdot 7 \cdot 25$ b) $5 \cdot 74 \cdot 20$

c) $2 \cdot 13 \cdot 5$ d) $8 \cdot 73 \cdot 125$

e) $17 \cdot 5 \cdot 4$ f) $24 \cdot 3 \cdot 5$

g) $12 \cdot 67 \cdot 25$ h) $15 \cdot 16 \cdot 35$

Istoric

Simbolurile •, ×, * sunt folosite pentru a indica o înmulţire, iar pentru un produs de mai mulţi termeni ce au o proprietate comună se folosește Π (pi). Următorii matematicieni sunt cunoscuți pentru introducerea acestor semne:

× a apărut în cartea „Clavis Mathematicae", autor William Oughtred, 1628;

• a fost introdus în 1631, de Thomas Harriot;

* a apărut în cartea „Tetsche Algelbra", autor Johann Rahn, 1659.

Observ. Descopăr. Înțeleg

ÎNMULȚIRE

- de ... ori mai mult
- crește de ... ori
- este mai mare de ... ori
- produsul numerelor ...
- dublul, ...
- triplul, ...

Ne amintim cum se efectuează înmulțirea numerelor naturale!

					Efectuăm:
	2	3	6	·	
		2	3		
	7	0	8		3U · 236
4	7	2	0		2Z · 236
5	4	2	8		23 · 236

1. înmulțesc cu unitățile
3 · 236 = 708

2. înmulțesc cu zecile
20 · 236 = 4 720

3. adun produsele
708 + 4 720 = 5 428

						Efectuăm:
		1	2	3	·	
		2	3	5		
		6	1	5		5U · 123
	3	6	9	0		2Z · 123
2	4	6	0	0		2S · 123
2	8	9	0	5		235 · 123

Lucrez

1. Determină rezultatele înmulțirilor:

A
a) 47 · 5
b) 4 · 25
c) 1 · 386
d) 0 · 298
e) 23 · 11
f) 28 · 10
g) 98 · 37
h) 483 · 76

B
a) 589 · 624
b) 37 · 1 001
c) 486 · 100
d) 10 000 · 3 245
e) 700 · 49
f) 1 409 · 570
g) 3 · 101 010
h) 9 · 999

2. Calculează cât mai rapid posibil!
a) 25 · 97 · 4
b) 3 949 · 50 · 2
c) 87 · 505 · 4 · 3
d) 25 · 5 · 4 · 3
e) 37 + 37 + 37 + 37

3. Dacă a, b, c, d sunt numere naturale astfel încât $a \cdot c = 78$ și $b \cdot d = 87$, calculează $a \cdot b \cdot c \cdot d$.

4. Determină:
a) dublul lui 17;
b) numărul de 6 ori mai mare decât 15;
c) triplul lui 24.

5. Calculează.
a) 1 234 · 45 · 14
b) 2 347 · 12
c) 235 · 75 · 8
d) 1 476 · 325
e) 123 · 1001 · 3
f) 504 · 125 · 6
g) 3 015 · 204
h) 4 236 · 25 · 2

6. Află toate numerele de trei cifre la care atât numărul format din primele două cifre, cât și cel format din ultimele două cifre se împart exact la 8.

7. Poți calcula produsul primelor 100 de numere naturale? Argumentează!

8. Găsește:
a) un număr de trei cifre care să aibă produsul cifrelor 0;
b) un număr de trei cifre care să aibă produsul cifrelor 8;
c) toate numerele de două cifre care să aibă produsul cifrelor 12;
d) un număr de patru cifre care să aibă produsul cifrelor 36;
e) un număr de patru cifre distincte care să aibă produsul 18.

9. Într-un triunghi sunt 12 cercuri, în fiecare cerc sunt 7 pătrate, în fiecare pătrat sunt 5 dreptunghiuri. Câte dreptunghiuri sunt în triunghi?

10. * Ana are 6 ani și mama ei este de 5 ori mai în vârstă. Află vârsta Anei, când mama ei va avea dublul vârstei de acum.

Gândesc creativ

O navă ancorată în port are o scară de sfoară care atârnă peste marginea vasului. Lungimea scării este de 200 cm, distanța între două trepte este de 20 cm, iar treapta cea mai de jos atinge apa. Fluxul ridică nivelul apei cu 10 cm în fiecare oră. *Când va atinge apa cea de-a cincea treaptă?*

7. Distributivitatea înmulțirii față de adunare sau scădere. Factor comun

Observ. Descopăr. Înțeleg

Două echipe de câte 7 prieteni se întrec la plantarea florilor. Fiecare membru al primei echipe plantează într-o singură zi câte 20 de flori. Fiecare membru al celei de-a doua echipe a plantat în prima zi 9 flori, iar în a doua zi, 11 flori. Cine a câştigat?

Rezolvare:

- *Prima echipă:*

$7 \cdot 20 = 140$ (flori plantate în total)

- *A doua echipă:*

$7 \cdot 9 + 7 \cdot 11 = 63 + 77 = 140$ (flori plantate în cele 2 zile)

Observăm că $20 = 9 + 11$, deci putem spune că

$7 \cdot (9 + 11) = 140$

Cele 2 echipe sunt la egalitate!

$7 \cdot (9 + 11) = 7 \cdot 9 + 7 \cdot 11$

Rețin

Dacă a, b, c sunt numere naturale, atunci

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ şi $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a.$

Avem şi

$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$ şi $(b - c) \cdot a = b \cdot a - c \cdot a.$

Această proprietate se numeşte ***distributivitatea înmulțirii față de adunare sau scădere.***

Dacă a, b, c sunt numere naturale, atunci

$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$

Avem şi

$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$

Spunem că ***am dat factor comun pe a.***

Lucrez

1. După modelele de calcul rapid:

$137 \cdot 9 = 137 \cdot (10 - 1) = 137 \cdot 10 - 137 - 1$

$239 \cdot 11 = 239 \cdot (10 + 1) = 239 \cdot 10 + 239 \cdot 1$

efectuează înmulțirile:

a) $145 \cdot 9$ b) $224 \cdot 9$
c) $127 \cdot 8$ d) $405 \cdot 8$
e) $452 \cdot 11$ f) $324 \cdot 11$
g) $125 \cdot 12$ h) $345 \cdot 12$

2. După modelele de calcul rapid:

$37 \cdot 99 = 37 \cdot (100 - 1) = 37 \cdot 100 - 37 \cdot 1$
$= 3\,700 - 37 = 3\,663$

$124 \cdot 101 = 124 \cdot 100 + 124 \cdot 1 =$
$= 12\,400 + 124 = 12\,524$

calculează asemănător:

a) $48 \cdot 999$ b) $999 \cdot 547$
c) $205 \cdot 101$ d) $123 \cdot 1001$

3. Efectuează, folosind factorul comun:

a) $398 \cdot 457 - 398 \cdot 456$
b) $1\,456 \cdot 345 + 1\,456 \cdot 655$
c) $237 \cdot 346 + 346 \cdot 49 - 346 \cdot 285$
d) $99 \cdot 1\,457 + 99 \cdot 457 - 99 \cdot 1\,914$
e) $35 \cdot 99 + 35$

4. Efectuează, folosind factorul comun:

a) $107 \cdot 43 + 107 \cdot 56 + 107$
b) $46 \cdot 39 + 46 \cdot 47 + 86 \cdot 32 + 86 \cdot 23$
c) $2 + 4 + 6 + ... + 20$

5. Dacă a şi b sunt numere naturale astfel încât $3 \cdot a + 2 \cdot b = 2\,020$, calculează:

a) $6 \cdot a + 4 \cdot b$
b) $9 \cdot a + 6 \cdot b$
c) $12 \cdot a + 9 + 8 \cdot b$

6. Mirel face o înmulţire într-un minut şi o adunare în 30 de secunde. Ajută-l să termine cât mai repede cu putinţă calculul: $37 \cdot 27 + 37 \cdot 23$. Argumentează răspunsul!

7. Calculează:

a) $2\,016 \cdot 2\,017 - 2\,016 \cdot 2\,014 - 2 \cdot 2\,016$

b) $(505 + 606 + 707) : (101 + 202 + 303)$

c) $(4 + 8 + 12 + 16 + \ldots + 204) : (2 + 4 + 6 + \ldots + 102)$

8. Dacă $a = 7$ și $b + c = 25$, calculează $a \cdot b + a \cdot c - 150$.

9. Dacă $a + b = 15$ și $c \cdot d = 8$, calculează: $a \cdot c \cdot d + b \cdot c \cdot d + c \cdot (a + b) \cdot d \cdot (a + b)$.

10. *Vârsta unui câine!*

Mulţi veterinari consideră că în primii doi ani, un an al unui câine echivalează cu 12 ani ai unui om, iar apoi se adaugă patru ani pentru fiecare an uman.

De exemplu: Un câine la 2 ani umani are $2 \cdot 12 = 24$ (ani); la 4 ani are $2 \cdot 12 + 2 \cdot 4 = 32$ (ani)

Calculează vârsta unui câine la 16 ani umani.

11. Maria, Bogdan și Ionuţ colecţionează figurine din lemn. Maria are 34 de figurine, Bogdan de 3 ori mai multe decât Maria, iar Ionuţ, dublu cât au împreună Maria și Bogdan. Află câte figurine au băieţii.

12. Calculează suma și diferenţa numerelor: $51 \cdot 479$ și $49 \cdot 479$.

13. Află suma ultimelor 6 cifre ale numărului *

$N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 27$.

14. Calculează $2a + 5b + 3c$, dacă $a + b = 3\,003$ și $b + c = 2\,002$.

15. Calculează suma termenilor:

a) $a_1 = 2 \cdot 1 + 1;\ a_2 = 2 \cdot 2 + 1;\ \ldots;\ a_{40} = 2 \cdot 40 + 1$;

b) $a_1 = 3 \cdot 1 - 2;\ a_2 = 3 \cdot 2 - 2;\ \ldots;\ a_{50} = 3 \cdot 50 - 2$.

c) $a_1 = 4;\ a_2 = 7;\ \ldots;\ a_{20} = 61$.

16. Reconstituie înmulțirea:

$$\begin{array}{r} 247\ \cdot \\ \underline{abc} \\ 1\,482 \\ *** \\ \underline{494} \\ 60\,762 \end{array}$$

17. Dacă a, b, c sunt numere naturale astfel încât $2a + 3b = 99$ și $3a + 5b + 4c = 909$, calculează $13a + 21b + 12c$.

(*Observație:* $2 \cdot a$ se poate scrie $2a$, iar $a \cdot b$ se poate scrie ab)

18. Produsul a două numere naturale este 987.

a) Cum se modifică acest produs dacă unul din factori creşte de 5 ori?

b) Cum se modifică acest produs dacă unul dintre factori creşte de 4 ori iar celălalt creşte de 25 ori?

19. Determină suma cifrelor numărului

$N = \underbrace{31222\ldots22213}_{123 \text{ cifre}}$.

20. Dorina și Viorel discută despre proprietăţile anumitor numere:

– *Ce interesant este numărul 1 326*, spune Dorina, *ultimele 2 cifre formează un număr care este dublul numărului format cu primele 2 cifre* ($26 = 13 \cdot 2$).

– *Oare mai există alte numere cu această proprietate?*

– *Hai să facem un concurs: eu număr toate aceste numere care au cifra zecilor 2, iar tu, toate numerele cu proprietatea de mai sus cu cifra zecilor 3. Câștigă cel care a scris mai multe numere.*

Cine este câștigătorul? Argumentează!

Gândesc creativ

În drum spre oraș, m-am întâlnit cu un bărbat și două femei. Fiecare femeie avea un coș. În coș se afla câte o pisică. Fiecare pisică avea patru pisoi. *Câte picioare în total se îndreaptă spre oraș?*

8. Împărțirea numerelor naturale

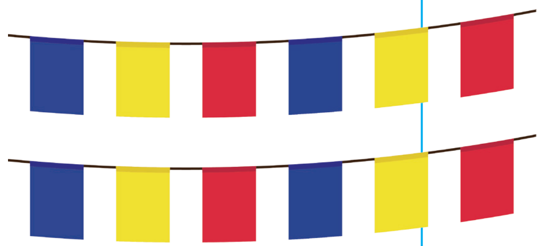
Observ. Descopăr. Înțeleg

De Ziua Naţională a României, elevii clasei a V-a au decis să-şi decoreze sala de clasă cu tricolorul format din cartoane colorate. Au cumpărat cartoane albe, pe care le vor colora şi le vor înşira pe o sfoară de-a lungul clasei, în ordinea albastru, galben, roşu. *Octavian* a cumpărat 132 de cartoane, *Cătălin*,128, iar *Paula*, 100.

a) Care dintre elevi a cumpărat numărul corect de cartoane, astfel încât după gruparea lor câte 3 să nu rămână cartoane negrupate?

b) Care este numărul de steaguri pe care îl poate obţine fiecare elev?

c) Ce culoare corespunde ultimului carton din înşiruirea fiecărui elev?



Rezolvare:

Fiind vorba despre grupe de câte 3 cartoane, vom rezolva împărţind la 3 numerele care apar în enunţ.

Octavian

deîmpărțit ↓ împărțitor ↓

	1	3	2	3		
$3 \cdot 4 \rightarrow$	1	2		4	4	← cât
	=	1	2			
$3 \cdot 4 \rightarrow$		1	2			
	=	=	0			

↑rest

De câte ori se cuprinde 3 în 13?

Avem $3 \cdot 4 = 12,\ 12 < 13$

$3 \cdot 5 = 15,\ 15 > 13$

De 4 ori.

Verificăm: $3 \cdot 44 + 0 = 132$

Cătălin

deîmpărțit ↓ împărțitor ↓

	1	2	8	3		
$3 \cdot 4 \rightarrow$	1	2		4	2	← cât
	=	=	8			
$3 \cdot 2 \rightarrow$			6			
	=	=	2			

↑rest

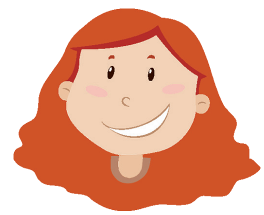
De câte ori se cuprinde 3 în 128?

Avem $3 \cdot 4 = 12$.

De 4 ori.

Verificăm: $3 \cdot 42 + 2 = 128$

Paula



deîmpărțit ↓ împărțitor ↓

	1	0	0	3		
$3 \cdot 3 \rightarrow$		9		3	3	← cât
	=	1	0			
$3 \cdot 3 \rightarrow$			9			
	=	=	1			

↑rest

De câte ori se cuprinde 3 în 10?

Avem $3 \cdot 3 = 9,\ 9 < 10$

$3 \cdot 4 = 12,\ 12 > 10$

De 3 ori.

Verificăm: $3 \cdot 33 + 1 = 100$

a) Octavian a cumpărat un număr de cartoane care pot fi împărţite în grupe de câte 3 (44 grupe).

b) Octavian: 44 grupe de către 3 cartoane; Cătălin: 42 grupe de câte 3 cartoane; Paula: 33 grupe de câte 3 cartoane.

c) Ultimul carton din şir: la Octavian este roşu; la Cătălin este galben (2 culori în plus); la Paula este albastru (o culoare în plus).

Reţin

Pentru oricare două numere naturale *a* şi *b* putem efectua operaţia de împărţire *a* : *b*, obţinându-se două numere naturale numite ***cât*** şi ***rest***, astfel încât:

$$a = b \cdot c + r,$$

având condiția ca restul să fie mai mic decât împărțitorul. Câtul și restul astfel determinate sunt unice.

Dacă restul împărţirii lui *a* la *b* este 0, vom spune că *a* se împarte exact la *b*.

Observ. Descopăr. Înțeleg

Cum efectuăm o împărţire la un număr cu mai multe cifre?

A

5	7	6	1	8	
5	4		3	2	
=	3	6			
	3	6			
	=	=			

B

9	1	3	2	6	
7	8		3	5	rest 3
1	3	3			
1	3	0			
=	=	3			

C

3	4	9	7	2	9		
2	9			1	2	0	rest 17
=	5	9					
	5	8					
	=	1	7				
			0				
		1	7				

D

1	1	6	1	3	2	3	7
	9	4	8		4	9	
=	2	1	3	3			
	2	1	3	2			
	=	=	=	=			

	Deîmpărţit	Împărţitor	Cât	Rest	Proba: D = Î · C + R
A	576	18	32	0	18 · 32 + 0 = 576
B	913	26	35	3	26 · 35 + 3 = 913
C	3 497	29	120	17	29 · 120 + 17 = 3 497
D	11 613	237	49	0	237 · 49 + 0 = 11 613

ÎMPĂRŢIRE
- de ... ori mai puţin
- scade de ... ori
- este mai mic de ... ori
- câtul numerelor ...
- jumătate, sfert, ...

Reţin

Împărţirea şi înmulţirea sunt operaţii inverse: ne ajutăm de înmulţire pentru a verifica o împărţire şi ne ajutăm de împărţire pentru a verifica o înmulţire. La fel ca şi înmulţirea, împărţirea este o operaţie de ordinul al II-lea.

Înmulţirea

$a \cdot b = c$

Proba înmulţirii

- prin înmulţire
  $b \cdot a = c$
- prin împărţire
  $c : a = b$
  $c : b = a$

Împărţirea

$a : b = c$ rest r

Proba împărţirii

- prin înmulţire
  $b \cdot c + r = a$
  $c \cdot b + r = a$
- prin împărţire
  $a : c = b$ rest r
  dacă $c > r$

Lucrez

1. Ana a efectuat împărţirea 4 729 : 35, obţinând câtul 135 şi restul 4.
Este corect rezultatul?

2. Verifică următoarele calcule.
a) 29 · 36 = 1 044 b) 3 486 : 7 = 498
c) 38 · 6 = 228 d) 128 : 4 = 32
e) 29 · 124 = 3 596

3. Calculează şi verifică rezultatele efectuând proba:
a) 476 : 7 b) 1 296 : 324

4. Determină toate numerele naturale care împărţite la 5 dau câtul egal cu restul.

5. Pata de cerneală a distrus calculele lui Andrei. Ajută-l să le refacă. Verifică calculul!

2	4	6	1	7
			1	4
	=	8		

5	5	3	2	3
			2	4
	=	1		

Gândesc creativ

Într-un coş sunt 5 mere. *Cum se pot împărţi acestea la 5 fete astfel încât fiecare fată să aibă câte un măr, iar în coş să mai fie un măr?*

Observ. Descopăr. Înțeleg

1. *Paul, Ana* și *Catinca* primesc fiecare 312 nuci. Paul își împarte nucile în 4 grupe, apoi în fiecare grupă formează grămezi de câte 3 nuci.

Ana formează 3 grupe și fiecare grupă o împarte în câte 4 grămezi.

Catinca își împarte nucile în grămezi de câte 12 nuci.

Care dintre cei trei copii a obţinut cele mai multe grămezi?

Rezolvare:

Paul
$312 : 4 = 78$, iar $78 : 3 = 26$
Deci Paul a obținut 26 de grămezi.

Ana
$312 : 3 = 104$, iar $104 : 4 = 26$
Deci Ana a obținut 26 de grămezi.

Catinca
$312 : 12 = 26$
Deci Catinca a obținut 26 de grămezi.

Toţi au obţinut același număr de grămezi.
Avem $312 : 4 : 3 = 312 : 3 : 4 = 312 : (3 \cdot 4)$

Rețin

Dacă a, b și c sunt numere naturale, cu b și c diferite de zero, atunci:
$a : b : c = a : c : b$ și $a : b : c = a : (b \cdot c)$

2. De ziua lui de naștere, Bogdan vrea să-și servească fiecare coleg cu câte patru bomboane. Stabilește câţi colegi are Bogdan în fiecare dintre situaţiile următoare.

a) Servește pe rânduri astfel:
– 24 bomboane pe primul rând;
– 20 bomboane pe al doilea rând;
– 28 bomboane pe al treilea rând.
b) servește 72 bomboane întregii clase.

Rezolvare:
a) $24 : 4 + 20 : 4 + 28 : 4 = 6 + 5 + 7 = 18$
b) $72 : 4 = 18$. Dar $72 = 24 + 20 + 28$.
Observăm că:
$24 : 4 + 20 : 4 + 28 : 4 = (24 + 20 + 28) : 4$

Rețin

Dacă a, b și c sunt numere naturale, cu c diferit de zero, iar a și b se împart exact la c, atunci:
$(a + b) : c = a : c + b : c$

3. Se poate împărţi un număr la 0? Dar 0 se poate împărţi la un număr natural?

Rezolvare:
$0 : 6 = 0$. Aplicând proba împărțirii, avem $0 \cdot 6 = 0$, ceea ce este adevărat.
$6 : 0 = 0$. Aplicând proba împărțirii, avem $0 \cdot 0 = 6$, ceea ce este fals.

Rețin

„0” împărţit la orice număr natural nenul este 0. Împărţirea unui număr natural la 0 nu are sens.

Aplic

Verifică regulile următoare pentru numerele de mai jos.

a) $a : b : c = a : c : b$ $\quad a = 336,\ b = 4,\ c = 12$

b) $a : b : c = a : (b \cdot c)$ $\quad a = 684,\ b = 3,\ c = 12$

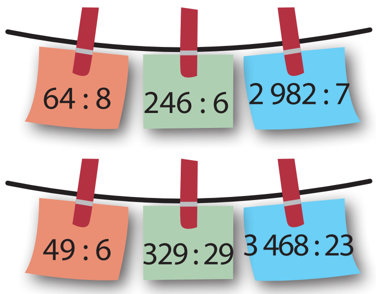
c) $(a \cdot b) : c = b \cdot (a : c)$ $\quad a = 825,\ b = 15,\ c = 5$

Cercetez

Îţi vine să crezi că 5 : 2 este tot un număr?
Chiar dacă rezultatul unei împărţiri nu este număr natural, el este tot un număr
Vei învăţa despre astfel de numere *în unitatea 5* .

Lucrez

1. Efectuează calculele:



2. Determină câtul şi restul împărţirilor de mai jos.

a) 14 484 : 34 b) 10 032 : 38
c) 12 032 : 256 d) 68 208 : 2 436
e) 2 436 : 45 f) 4 326 : 237
g) 12 032 : 256 d) 2 349 : 1 067

3. La împărţirea alăturată s-a şters împărţitorul. Descoperă-l!

4	2	9	*	*	
*	*		1	1	
=	*	*			
	*	*			
	=	=			

4. Stabileşte ce împărţire şi ce înmulţire s-au efectuat corect.

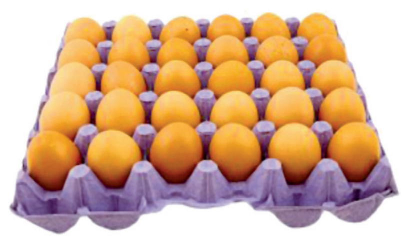
a) $28 \cdot 35 = 960$
b) $38 \cdot 123 = 4\,674$
c) 98 : 21 are câtul 4 şi restul 4.

5. Calculează în două moduri, după modelele date.

A 3 600 : 9 : 100 = (3 600 : 100) : 9
B 648 : 6 = (600 + 48) : 6 = 600 : 6 + 48 : 6
C 113 344 : 11 = (110 000 : 11) + (3 300 : 11) + + 44 : 11
D $4\,230 : 30 = 4\,230 : (3 \cdot 10) = 4\,230 : 10 : 3$

6. În ograda familiei Mocanu se găsesc oi, găini şi porumbei. Numărul de oi este de 5 ori mai mic decât numărul de găini, iar acestea sunt de 2 ori mai puţine decât porumbei. Dacă sunt 350 de porumbei, află câte animale sunt de fiecare fel.

7. Vrem să aranjăm 564 de ouă în cartoane de câte 30 de ouă. De câte cartoane avem nevoie şi câte ouă vor fi în ultimul carton?



8. * Fie a şi b două numere naturale nenule şi $N = 6a + 3b + 20$. Află restul împărţirii numărului N la 3.

Test **Alege varianta corectă.**

	A	B	C	D
1. Rezultatul calculului 48 · 29 : 24 este:	58	56	48	54
2. Numărul care împărţit la 2 dă câtul 122 şi restul 1 este:	244	253	245	254
3. Produsul primelor 10 numere naturale este:	365 407	362 880	362 800	0
4. Suma numerelor care împărţite la 5 dau câtul 73 este egală cu:	1 844	1 835	1 834	1 470

9. Puterea cu exponent natural a unui număr natural

Observ. Descopăr. Înțeleg

Nufărul este o plantă care poate decora iazul din grădină, deoarece are o floare decorativa și o gamă largă de culori care variază de la alb la nuanţe de roz și roșu. Din acest motiv, familia Matei și-a propus să înfrumuseţeze iazul din grădină, achiziţionând o specie de nuferi ce-și dublează numărul în fiecare lună.

Dacă, la început, s-a plantat un nufăr:

a) Scrie numărul de nuferi de pe lac în a patra, în a șasea și a noua lună.

b) Dacă iazul ar fi suficient de mare și temperatura ar permite, în a câta lună vor fi 1 024 de nuferi pe lac?

c) În condițiile de la punctul anterior, care va fi ordinul de mărime al numărului de nuferi din al doilea an?

Rezolvare:

luna	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
număr de nuferi	1	2	$2\cdot2$	$2\cdot2\cdot2$	$2\cdot2\cdot2\cdot2$	$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$	$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$			

a) a IV-a lună: $2\cdot2\cdot2=8$;
a VI-a lună: $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=32$;
a IX-a lună: $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=256$;

b) $\underbrace{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot...\cdot2\cdot2}_{\text{de 10 ori}}=1\,024$, deci în a XI-a lună.

c) 2 ani = 24 luni; după 2 ani vor fi $\underbrace{2\cdot2\cdot2\cdot...\cdot2\cdot2}_{\text{de 23 ori}}$

Cum $\underbrace{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot...\cdot2\cdot2}_{\text{de 10 ori}}=1\,024$, deci în a XI-a lună.

În doi ani, numărul de nuferi ar fi aproximativ de ordinul zecilor de milioane.

Produsul $2\cdot2\cdot2$ se mai poate scrie 2^3 și se citește „doi la puterea a treia”.

Cum scriem și citim celelalte produse ce apar în problema de mai sus?

Rețin

Dacă a și n sunt numere naturale cu $n\neq0$ și $n\neq1$, atunci

$$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot...\cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}}\quad \text{(citim: „}a\text{ la puterea }n\text{”)}$$

baza puterii $\longrightarrow$ a^n $\longleftarrow$ exponentul puterii

$1^n=1$ $\qquad$ $a^0=1$, dacă $a\neq0$ $\qquad$ $a^1=a$ $\qquad$ 0^0 nu are sens.

Ridicarea la puterea n a unui număr natural este o înmulțire repetată cu n factori egali cu numărul dat.

Istoric

- Prima dată, noţiunea de *putere* a apărut în secolele XIV-XV.
- La început erau considerate ca fiind doar puteri de ordinul al II-lea.
- Cuvântul putere (*potentia*) este prima dată utilizat de Rafaelo Bombelli în secolul al XVI-lea.
- Notaţia a^n a fost introdusă de René Descartes (1596-1650).

Rețin

Baza se înmulțește de atâtea ori cât indică exponentul

Este o operație de ordinul al III-lea

a^n

Într-un șir de operații se calculează prima dată

Este înmulțire repetată

Lucrez

1. Verifică și reține următoarele rezultate:

$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32$

$3^1 = 3$
$3^2 = 9$
$3^3 = 27$
$3^4 = 81$

$4^1 = 4$
$4^2 = 16$
$4^3 = 64$
$4^4 = 256$

$5^1 = 5$
$5^2 = 25$
$5^3 = 125$
$5^4 = 625$

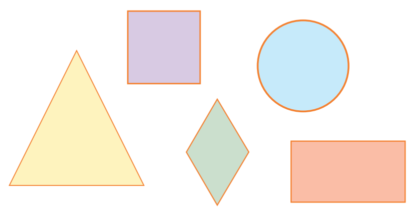
2. Dacă a^2 se mai citește *a* la pătrat, iar a^3 *a* la cub, calculează:
a) 6 la cub;
b) 17 la pătrat;
c) 8 la cub;
d) 35 la pătrat.

3. Calculează.
a) $2^3 + 3^2$
b) $5^2 - 2^4$
c) $5^2 \cdot 2^2$
d) $4^3 : 2^4 + 9^2 : 3^3$

4. Calculează.
a) $3^0 + 5^1$
b) $2\,349^0 - 1^{2349}$
c) $73 : 73^0 + 24$
d) $0^{847} \cdot (32^{23} + 23^{32})$
e) $(749 \cdot 24 + 96)^0$

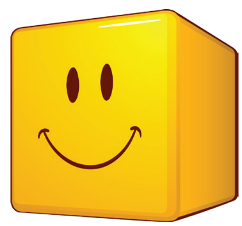
5. Scrie folosind puterile:
a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
b) $73 \cdot 73 \cdot 73 \cdot 73 \cdot 73 \cdot 73 \cdot 73$

6. Înlocuiește figurile geometrice cu numere astfel încât să obții propoziții adevărate:
a) $3^{\triangle} = 27$
b) $2^{\square} = 64$
c) $5^{\circ} = 125$
d) $\square^4 = 81$
e) $\blacklozenge^2 = 25$
f) $\triangle^0 = 1$



7. Determină suma numerelor naturale mai mici decât 3^2.

8. Determină:
a) dublul lui 3^4;
b) exponentul lui *a*, dacă
$$a = \underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 7}_{\text{de 10 ori}}$$
c) diferența dintre 32^2 și 7^3;
d) a^b și b^a, dacă $\overline{ab} = 34$.



9. * Familia Ionescu vrea să cumpere un apartament ce valorează 420 000 lei. Are de ales ca modalitate de plată fie să plătească toți banii deodată, fie să plătească azi un leu și apoi, timp de 20 de luni, de fiecare dată dublul lunii precedente. Care modalitate este mai avantajoasă? Argumentează!

10. Virusul din calculatorul lui Mihai șterge la fiecare 10 minute triplul numărului de fișiere șterse anterior. Dacă la ora 8:00 au fost distruse 3 fișiere, stabilește numărul de fișiere distruse până la ora 10:00, moment în care s-a devirusat calculatorul?

Ora	Nr. fișiere
8:00	3 fișiere
8:10	3^2
8:20	3^3

10. Pătrate perfecte

Observ. Descopăr. Înțeleg

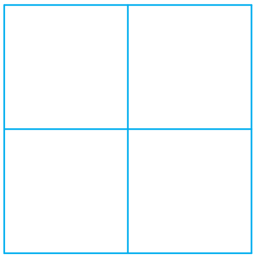
Catinca vrea să împartă o foaie de hartie în formă de pătrat în mai multe pătrate identice.

Stabilește dacă va reuși să obțină:

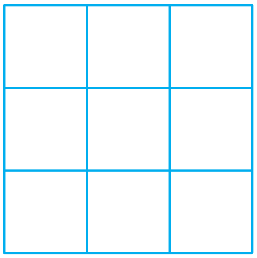
a) 4 pătrate;
b) 9 pătrate;
c) 36 pătrate;
d) 24 pătrate.

Rezolvare:

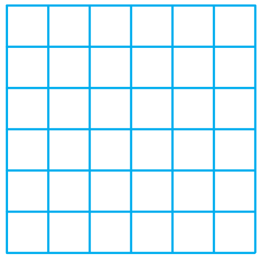
a) Împarte laturile în 2 părți egale



b) Împarte laturile în 3 părți egale



c) Împarte laturile în 6 părți egale



d) Am observat că valorile de la celelalte subpuncte se scriu sub forma a^2. Dar nu există un număr natural care ridicat la puterea a doua să dea 24. Catinca nu poate obține 24 pătrate.

Rețin

1) Numărul natural X este ***pătrat perfect*** dacă există a număr natural astfel încât $a^2 = X$.
2) Dacă $a^2 = X$, atunci X se numește ***pătratul*** lui a.

Avem: șase la puterea a doua ← 6^2 → șase la pătrat

$6^2 = 36$

pătrat perfect ← 36 → pătratul lui 6

Aplic

Verifică și reține următoarele rezultate, numere pătrate perfecte:

$0^2 = 0$	$5^2 = 25$	$10^2 = 100$	$15^2 = 225$
$1^2 = 1$	$6^2 = 36$	$11^2 = 121$	$16^2 = 256$
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$	$12^2 = 144$	$17^2 = 289$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$	$13^2 = 169$	$18^2 = 324$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$	$14^2 = 196$	$19^2 = 361$

Privește cu atenție pătratele perfecte de mai sus și observă ultima lor cifră.

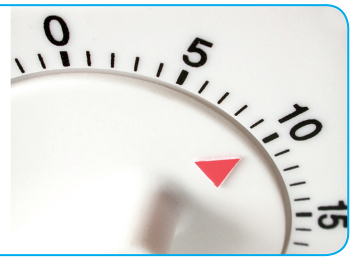
Rețin

Ultima cifră a unui număr natural ***pătrat perfect*** este una dintre cifrele: **0**, **1**, **4**, **5**, **6** sau **9**.

Dacă ultima cifră a unui număr natural este 2, 3, 7 sau 8, atunci numărul nu este pătrat perfect.

Dacă ultima cifră a unui număr natural este 0, 1, 4, 5, 6 sau 9, atunci numărul ar putea fi pătrat perfect, dar nu este sigur.

Exemple: 10 - are ultima cifră 0, dar nu este pătrat perfect;
21 - are ultima cifră 1, dar nu este pătrat perfect;
24 - are ultima cifră 4, dar nu este pătrat perfect;
15 - are ultima cifră 5, dar nu este pătrat perfect;
26 - are ultima cifră 6, dar nu este pătrat perfect;
39 - are ultima cifră 9, dar nu este pătrat perfect.



Aplic

1. Extrage pătratele perfecte. Justifică alegerea făcută:

3^4 324 1^5 347 2^8 58 3 100 0^3 56 5^3 5 322 4^3

2. Înlocuiește literele cu numere și verifică următoarele egalități:

a) $a^2 \cdot b^2 = (a \cdot b)^2$
Orice produs de două pătrate perfecte este pătrat perfect.

b) $a^{2b} = (a^b)^2$
Orice număr ridicat la o putere pară este pătrat perfect.

c) $(a^2)^b = a^{2b} = (a^b)^2$
Orice pătrat perfect ridicat la orice putere este pătrat perfect.

Lucrez

1. Stabilește dacă următoarele numere sunt pătrate perfecte. Justifică răspunsul!
a) $3^6 \cdot 2^4$ b) $5^2 \cdot 2^2$ c) $3^2 \cdot 2^4$
d) $2^6 \cdot 5$ e) $3^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$ f) $5^3 \cdot 5^3 \cdot 5^3$
g) $7^4 \cdot 144$

2. Numerele 83, 34, 96, 107, 312, 9+9 sunt pătrate perfecte? Argumentează!

3. Scrie pătratele perfecte cuprinse între 28 și 80.

4. Următoarele numere sunt pătrate perfecte?
a) $1 + 3 + 5 + 9$ b) $1 + 3 + 5 + 17$
c) $(2 \cdot 1 + 1) + (2 \cdot 2 + 1) + (2 \cdot 3 + 1) + ... + (2 \cdot 16 + 1)$
d) $1 + 3 + 5 + ... + 101$ e) $5 + 5 \cdot 4$
f) $129 + 129 \cdot 128$ g) $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2$
h) $209 \cdot 319 \cdot 209 \cdot 319$ i) 3^4
j) 5^{14} k) $2^4 \cdot 3^2$
l) $2^6 \cdot 3^8 \cdot 5^{10}$ m) $17 + 8$

5. Înlocuiește casetele cu numere naturale nenule, astfel încât rezultatele să fie cel mai mic pătrat perfect posibil.
a) $\square \cdot 5$ b) $\square \cdot 17$
c) $\square \cdot 25$ d) $\square \cdot 12$
e) $\square \cdot 4 \cdot 5$ f) $\square \cdot 2^3$
g) $\square \cdot 2^5 \cdot 3^4$ h) $\square \cdot 2^3 \cdot 3^5$

6. Octavian numără pătratele perfecte de două cifre, iar Alexandru, pătratele perfecte de trei cifre cu cifra sutelor 1. Cine găsește mai multe numere?

7. Câte pătrate perfecte sunt cuprinse între 25 și 625?

8. Găsește numerele!

5	7	?	13	?
25	49	121	?	256

9. Care este următorul pătrat perfect după 52? Dar după 132?

10. Dacă a este un număr natural astfel încât $2^2 < a^2 < 4^2$, calculează a^3.

11. * Suma a trei numere consecutive este un pătrat perfect. Determină cele mai mici numere care îndeplinesc condiția dată.

12. Dacă a este un număr natural, atunci a^2 și $(a + 1)^2$ reprezintă 2 pătrate perfecte consecutive. În particular, 121 (11^2) și 144 (12^2) sunt pătrate perfecte consecutive. Dă exemple de alte două pătrate perfecte consecutive.

Între două pătrate perfecte consecutive nu există alte pătrate perfecte.

Gândesc creativ

Am un măr care are mere. Scutur mărul. Mă uit jos, nu sunt mere. Mă uit sus, nu sunt mere. *Câte mere au fost în pom înainte de a scutura?*

I 11. Reguli de calcul cu puteri

Observ. Descopăr. Înțeleg

A Cum poţi calcula 5^6?

Avem: $5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15\,625$

Putem să scriem și astfel:

$5^6 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) = 5^4 \cdot 5^2 = 625 \cdot 25 = 15\,625$

Putem trage concluzia: $5^4 \cdot 5^2 = 5^6$

Aplic

1. Calculează:

a) 3^5

b) 11^4

c) 9^3

2. Scrie sub forma unei singure puteri:

a) $3^5 \cdot 3^4 \cdot 3^6$

b) $172^3 \cdot 172^5$

c) $7^5 \cdot 7^5 \cdot 7^5$

d) $13^1 \cdot 13^2 \cdot \ldots \cdot 13^{12}$

e) $2^4 \cdot 2^5 \cdot 2^0 \cdot 2^9$

f) $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^7$

g) $121^5 \cdot 121^3 \cdot 121^0$

Rețin

Oricare ar fi numerele naturale nenule *a*, *m*, *n*, avem

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{de } m \text{ ori}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}}}_{\text{de } m+n \text{ ori}} = a^{m+n}$$

Observ. Descopăr. Înțeleg

B Cum poţi calcula $5^4 : 5^2$?

Avem: $5^4 : 5^2 =$

$= (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) : (5 \cdot 5) =$

$= 625 : 25 = 25$

Aplic

a) $5^{13} : 5^{11}$

b) $7^{24} : 7^{23}$

c) $24^{15} : 24^{15}$

d) $3^{10} : 3^7$

e) $13^{10} : 13^5 : 13^3$

f) $25^{16} \cdot 25^{14} : 25^{28}$

g) $14^4 \cdot 14^3 \cdot 14^{10} : 14^{16}$

h) $101^2 \cdot 101^3 : 101^4$

Rețin

Oricare ar fi numerele naturale nenule *a*, *m*, *n*, cu $m > n$, avem:

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$a^m : a^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\text{de } m \text{ ori}} : \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\text{de } n \text{ ori}} = \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\text{de } m-n \text{ ori}} \cdot \underbrace{[\underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\text{de } n \text{ ori}} : \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\text{de } n \text{ ori}}]}_{1} = a^{m-n}$$

Observ. Descopăr. Înțeleg

C Cum poţi calcula $(5^2)^3$?

Avem: $(5^2)^3 = (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) =$

$= 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15\,625$

Putem să scriem și astfel:

$(5^2)^3 = 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 =$

$= 5^{2+2+2} = 5^6 =$

$= 15\,625$

Putem trage concluzia: $(5^2)^3 = 5^6 = 5^{2 \cdot 3}$

Aplic

1. Calculează:

a) $(2^2)^3 : (2^3)^2$

b) $[(2^3)^5]^4 : [(2^4)^3]^4$

2. Scrie termenii șirului ca puteri cu baza indicată:

a) baza 2: 4^5; 8^3; 16^{10}; 32^{12}

(*indicație*: $8^{10} = (2^3)^{10} = 2^{30}$);

b) baza 3: 9^6; 27^5; 81^3; 243^{13}

(*indicație*: $9^{10} = (3^2)^{10} = 3^{20}$);

c) baza 5: 25^7; 125^3; 625^{14}.

Rețin

Oricare ar fi numerele naturale nenule *a*, *m*, *n*, avem

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \ldots \cdot a^m}_{\text{de } n \text{ ori}} = \underbrace{\underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\text{de } m \text{ ori}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\text{de } m \text{ ori}} \cdot \ldots \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\text{de } m \text{ ori}}}_{\text{de } n \text{ ori}} = \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\text{de } m \cdot n \text{ ori}} = a^{m \cdot n}$$

Observ. Descopăr. Înțeleg

D Cum poți calcula: $(3 \cdot 5)^3$?

Avem: $(3 \cdot 5)^3 = (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) =$
$= 15 \cdot 15 \cdot 15 = 225 \cdot 15 = 3\,375$. Putem să scriem și astfel: $(3 \cdot 5)^3 = (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) =$
$= (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) = 3^3 \cdot 5^3 = 27 \cdot 125 = 3\,375$

Putem trage concluzia: $(3 \cdot 5)^3 = 3^3 \cdot 5^3$

Aplic

1. Scrie ca produs de puteri:

a) $(13 \cdot 15)^7$ b) $(5 \cdot 7 \cdot 11)^{24}$ c) $(12 \cdot 26)^{10}$

2. Calculează:

a) $(3 \cdot 5)^4 : 5^4$ b) $(2 \cdot 7)^6 : 7^5$
c) $(3 \cdot 11)^{10} : (3^8 \cdot 11^8)$ d) $(23 \cdot 37)^{29} : (23^{29} \cdot 37^{28})$
e) $(16 \cdot 27)^5 : (8 \cdot 9)^6$

Rețin

Oricare ar fi numerele naturale nenule a, b, n, avem:

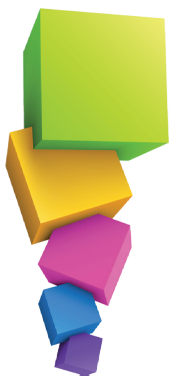
$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$(a \cdot b)^n = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \ldots \cdot (a \cdot b)}_{\text{de } n \text{ ori}} = \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\text{de } n \text{ ori}} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \ldots \cdot b)}_{\text{de } n \text{ ori}} = a^n \cdot b^n$$

Lucrez

1. Scrie rezultatul sub formă de puteri:

a) $3^5 \cdot 3^6$
b) $7^{12} \cdot 7^8$
c) $(5^3)^2$
d) $3^5 \cdot 3^7 \cdot 3^9 \cdot 3^{11}$
e) $11^{100} : 11^{50} : 11^{25}$
f) $13^{24} \cdot 13^{46} : 13^{20}$
g) $(23^6)^{13} \cdot (23^4)^{15}$
h) $(17^{12})^8 : (17^{13})^5$
i) $2^3 \cdot 8^4 \cdot 16^5 \cdot 32^6$
j) $(3^1 \cdot 3^2 \cdot 3^3) : 3^5$



2. Calculează:

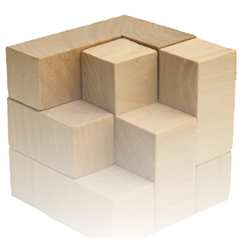
a) $2\,017^{2\,017} : 2017^{2\,016}$ b) $11^3 \cdot 11^4 : 11^7$
c) $(23 \cdot 17)^2 : 23^2$ d) $2^8 \cdot 2^9 : 2^{14}$
e) $(3 \cdot 7)^{14} : (3^{12} \cdot 7^{14})$ f) $4^3 : 8^2$
g) $9^{10} : 27^6$ h) $25^4 \cdot 5^3 : 125^3$
i) $(2^3 \cdot 3^3)^4 : (2^4 \cdot 3^5)^2$

3. Descoperă numărul:

a) de două ori mai mic decât 2^{100};
b) de trei ori mai mic decât 3^{100};
c) de cinci ori mai mare decât 5^{100}.

4. Descoperă numerele înlocuite de steluțe.

a) $2^3 = 2^*$
b) $3^* = 3^{18}$
c) $9^8 = 3^*$
d) $27^* = 3^9$
e) $5^* = 125^4$
f) $4^3 = 2^*$
g) $8^* = 2^{18}$



5. *Factorul comun și puterile.*

Calculează:

a) $3^3 \cdot 5 - 3^3 \cdot 4$
b) $5^5 \cdot 3 - 5^5 \cdot 2$
c) $2^3 \cdot 2^2 - 2^3 \cdot 1$
d) $2^3 - 3 \cdot 2$
e) $2^{99} - 2^{98}$
f) $4^{10} - 3 \cdot 4^9 - 3 \cdot 4^8 - 3 \cdot 4^7 - \ldots - 3$
g) $2^{10} \cdot a - 2^9 \cdot b$ dacă $2 \cdot a - b = 17$
h) $2^4 \cdot 5 - 2^3 \cdot 3 - 2^2 \cdot 13$
i) $2^{15} - 2^{14} - 2^{13} - 2^{12} - \ldots - 2 - 1$
j) $(7^6 - 7^4) : 48$
k) $(2^{14} + 2^{14}) : 2^{15}$

Atenție! $2^a \cdot 2 = 2^{a+1}$

6. Scrie în baza indicată următoarele numere:

a) $16^5 = 2^*$ b) $27^8 = 3^*$
c) $36^4 = 6^*$ d) $(2^{13} \cdot 3^{13}) = 6^*$
e) $(5^{14} \cdot 25^7) : 625^7 = 5^*$

7. *Adevărat sau fals?*

a) $2 + 2 = 2 \cdot 2 = 2^2$
b) $3^2 + 3^2 + 3^2 = 3 \cdot 3^2 = 3^3$
c) $4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3 = 4 \cdot 4^3 = 4^4$

Realizează în același mod alte două exerciții asemănătoare!

Gândesc creativ

Doi oameni au reușit să traverseze un râu într-o barcă ce putea transporta doar o persoană. *Cum au reușit acest lucru?*

12. Compararea puterilor

Observ. Descopăr. Înțeleg

Pentru a obține materialele necesare realizării unui proiect școlar, Octavian a procedat în felul următor: în prima etapă a împărțit o coală de hârtie în două părți egale, apoi fiecare jumătate a împărțit-o în câte două părți egale, repetând procedeul de mai multe ori pentru fiecare bucată obținută în etapa anterioară. Scopul proiectului a fost să obțină un colaj cu 64 bucăți de hârtie identice.

a) Verificați dacă Octavian a terminat proiectul, presupunând că a repetat procedeul de cinci ori.

b) De câte ori ar trebui repetat procedeul pentru a finaliza proiectul?

c) Dacă metoda de lucru ar presupune obținerea de trei părți egale dintr-o bucată și procedeul s-ar repeta tot de atâtea ori ca la punctul b), s-ar obține numărul de bucăți necesare pentru finalizarea proiectului?

Rezolvare: Octavian are de împărțit o coală în mai multe etape.

Etapă	Număr de bucăți	
1	$2 \cdot 1 = 2$	2^1
2	$2 \cdot 2 = 4$	2^2
3	$2 \cdot 4 = 8$	2^3
4	$2 \cdot 8 = 16$	2^4
5	$2 \cdot 16 = 32$	2^5

Numărul de bucăți din fiecare etapă este, de fapt, o putere a lui 2, ca și numărul etapelor necesare pentru realizarea proiectului, $64 = 2^6$.

a) $32 < 64$, deci $2^5 < 2^6$ (aceeași bază, exponent mai mare).

Octavian nu a terminat proiectul.

Rețin

Dintre două puteri ale aceleiași baze, este mai mare cea care are exponentul mai mare.
Dacă a, m și n sunt numere naturale astfel încât $m > n$, atunci $a^m > a^n$.

b) Consultând tabelul și cum $64 = 2^6$, trebuie să repetăm procedeul de 6 ori.

c) Dacă fiecare bucată se împarte în câte trei părți, vom obține:

Etapă	Număr de bucăți
1	$3^1 = 3$
2	$3^2 = 9$
3	$3^3 = 27$
4	$3^4 = 81$
5	$3^5 = 243$
6	$3^6 = 729$

Rețin

Dintre două puteri cu același exponent, este mai mare cea la care baza este mai mare.

Dacă a, b și n sunt numere naturale astfel încât $a > b$, atunci $a^n > b^n$.

$729 > 64$, deci $3^6 > 2^6$ (același exponent, baza mai mare). Da, s-ar obține numărul de bucăți necesare.

Lucrez

1. Compară următoarele numere:

A
a) 2^3 și 3^2
b) 3^3 și 5^2
c) 2^0 și 1^2
d) 7^3 și 18^2

B
a) 3^8 și 3^{10}
b) 2^7 și 2^6
c) 11^{48} și 11^{50}
d) 17^{18} și 17^{14}

C
a) 4^{10} și 8^6
b) 16^5 și 8^7
c) 81^{11} și 27^7
d) 25^{20} și 625^{10}
e) 12^{12} și 12^{12}

D
a) 3^5 și 2^5
* b) 7^8 și 5^8
c) 3^8 și 2^{14}
d) 5^{10} și 3^{15}
e) 8^6 și 9^9

2. Ordonează crescător numerele:
a) 5^3; 5^7; 5^6; 5^2.
b) 7^7; 4^7; 2^7; 5^7.
c) 4^6; 16^4; 8^5; 32^2; 17^0.
d) 27^3; 3^7; 3^{10}.

3. Compară numerele *a* și *b* pentru fiecare caz:
a) $a = 2 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4$
$b = 2^{10} : 2^5$
b) $a = 2^5 - 2^4 - 2^3 - 2^2 - 2 - 1$
$b = 324^0$
c) $a = 2^{2\,017} - 2^{2\,016} - 2^{2\,015} - 2^{2\,014}$
$b = 2^{2\,018} - 2^{2\,017} - 2^{2\,016} - 2^{2\,015} - 2^{2\,014}$
d) $a = (4^{35} : 8^{23})^5 : (16^7 : 8^9)^4$
$b = 27^{11} : (3^{16} \cdot 81^4)$

4. Compară:
a) pătratul lui 10 000 cu cubul lui 100.
b) cubul lui 9 cu pătratul lui 25.

5. Ordonează crescător numerele.
$a = 2^{184} - 2^{183} - 2^{182}$
$b = 3^{94} - 2 \cdot 3^{93} - 2 \cdot 3^{92} - 2 \cdot 3^{91}$
$c = 7^{93} + 9 \cdot 7^{91} - 8 \cdot 7^{92}$

6. Dă exemplu de un pătrat perfect *n*, astfel încât:
a) $3^4 < n < 2^7$
b) $125^3 < n < 625^3$

7. David a creat pe computer programul „Măricel”, prin care computerul extrage cel mai mare număr dintr-un șir dat. Stabilește ce număr extrage Măricel din fiecare șir al următoarelor numere:
a) 49; 3^3; 2^6; 60;   b) 11^3; 11^6; 11^2; 11^5;
c) 4^7; 8^4; 16^2; 2^{10}.

8. *Adevărat sau fals?*
a) $(3 + 5)^5 > (13 - 4)^7$;
b) $a^7 < b^7$, unde *a* și *b* sunt două numere naturale;
* c) $3 \cdot 3^2 \cdot 3^7 > 2^4 \cdot 2^9 \cdot 2^2$.

9. Determină câte numere naturale se află între:
a) 3^2 și 3^4;
* b) 2^{201} și 2^{202}.

10. Realizează un tabel asemănător și completează-l cu puteri ale lui 2, astfel încât numărul dat să fie încadrat între două puteri consecutive ale lui 2.

	Numărul	
2^4	17	2^5
	37	
	98	
	143	

Test Alege varianta corectă.

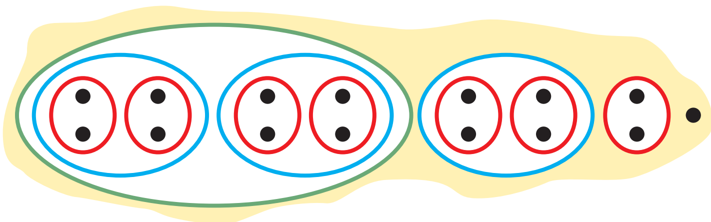
Alege varianta corectă.	A	B	C	D
1. Numărul $53 \cdot 19 + 53 \cdot 34$ este pătratul numărului:	54	63	34	53
2. Rezultatul calculului $7^5 \cdot 7^4 : (7^3)^2$ este:	343	245	294	2401
3. Suma primelor cinci puteri ale lui 3 este:	212	122	121	120
4. 8^4 scris ca o putere a lui 2 este numărul:	2^5	2^{12}	2^{10}	2^8

13. Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2

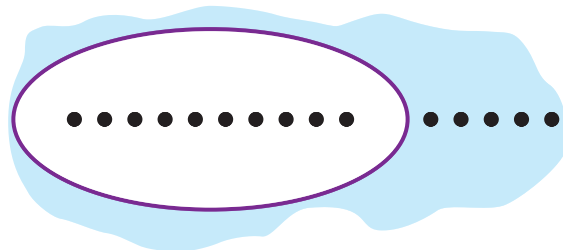
Observ. Descopăr. Înțeleg

Paul și Irina au fiecare câte un joc format din 15 piese. Observă cum și-au grupat piesele fiecare.

a) Paul a procedat astfel: a format grupe de câte 2 piese. $15 = 7 \cdot 2 + 1$ A obținut 7 grupe de câte 2 piese și o grupă cu o piesă.



b) Irina a făcut o grupă de 10 piese și i-au rămas 5 piese negrupate.



Cele 7 grupe le-a grupat câte două, obținându-se alte 3 grupe de câte două grupe cu 2 obiecte și o grupă cu 2 piese.

$7 = 3 \cdot 2 + 1$. Cele 3 grupe se împart la rândul lor: $3 = 1 \cdot 2 + 1$

$15 = 2 \cdot 7 + 1 = (2 \cdot 3 + 1) \cdot 2 + 1 = [(1 \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 1] \cdot 2 + 1$

$= (1 \cdot 2^2 + 2 + 1) \cdot 2 + 1 = \mathbf{1} \cdot 2^3 + \mathbf{1} \cdot 2^2 + \mathbf{1} \cdot 2^1 + \mathbf{1} \cdot 2^0$

Descrie matematic modul de împărțire a pieselor în cele 2 situații.

Pentru gruparea câte 10: avem o grupă cu 10 piese și 5 piese rămase

$15 = \mathbf{1} \cdot 10^1 + \mathbf{5} \cdot 10^0 = \mathbf{15}_{(10)}$

Scrierea numerelor naturale în baza zece

Orice număr natural se poate scrie ca sumă de produse în care un factor este de forma 10^n, cu n număr natural, iar celălalt factor este reprezentat de una dintre cifrele ce formează numărul.

$\mathbf{135} = \boxed{1} \cdot 100 + \boxed{3} \cdot 10 + \boxed{5} = \mathbf{1} \cdot 10^2 + \mathbf{3} \cdot 10^1 + \mathbf{5} \cdot 10^0$

$\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^1 + d \cdot 10^0$ reprezintă descompunerea în baza 10 a numărului $\overline{abcd}$.

În general, descompunerea unui număr scris în baza 10 este:

$$\overline{a_n \underbrace{a_{n-1} \underbrace{a_{n-2} \underbrace{a_{n-3} \ldots\ldots a_2 a_1}_{n-3 \text{ cifre}}}_{n-2 \text{ cifre}}}_{n-1 \text{ cifre}}} = a_n \cdot 10^{n-1} + a_{n-1} \cdot 10^{n-2} + a_{n-2} \cdot 10^{n-3} + \ldots + a_3 \cdot 10^2 + a_2 \cdot 10^1 + a_1 \cdot 10^0$$

Scrierea numerelor naturale în baza 2

Am văzut că 15 în baza 2 este: $15 = \mathbf{1} \cdot 2^3 + \mathbf{1} \cdot 2^2 + \mathbf{1} \cdot 2^1 + \mathbf{1} \cdot 2^0$

Convenim să scriem $15 = \mathbf{1111}_{(2)}$

Rețin

Pe lângă sistemul zecimal, există un sistem de numerație în baza 2 numit și sistemul de numerație *binar*; 2 se numește *baza* sistemului, iar 0 și 1 se numesc *cifre binare*.

În exemplele de mai sus, numărului 15 este scris în două moduri: $\mathbf{1111}_{(2)}$ este în baza 2, $\mathbf{15}_{(10)}$ este în baza 10.

Trecerea unui număr din baza 10 în baza 2 se realizează prin împărțiri succesive.

```
 15 | 2
 14 | 7 | 2
= 1 | 6 | 3 | 2
    | 1 | 2 | 1
    |   | 1 |
```

$15 = 1111_{(2)}$

Pentru a forma numărul, se vor scrie: ultimul cât urmat de resturi în ordinea inversă a obținerii lor.

De exemplu:

$25 : 2 = 12$ rest **1**

$12 : 2 = 6$ rest **0**

$6 : 2 = 3$ rest **0**

$3 : 2 =$ **1** rest **1**

25 în baza 2 : $11001_{(2)}$

$$\begin{array}{r|l}
25 & 2 \\
\underline{2} & 12 \;|\; 2 \\
=5 & \underline{12} \;|\; 6 \;|\; 2 \\
\underline{4} & =\mathbf{0} \;|\; \underline{6} \;|\; 3 \;|\; 2 \\
\mathbf{1} & \; \mathbf{0} \;|\; \underline{2} \;|\; \mathbf{1} \\
 & \; \mathbf{1}
\end{array}$$

Pentru a trece din baza 2 în baza 10, descompunem după puterile lui 2.

$1111_{(2)} = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 1 = 15$

$11001_{(2)} = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 25$

Scrierea în baza 2 sau cea în baza 10 a unui număr natural este unică.

Lucrez

1. Descompune numerele după puterile lui 10:

a) 32 b) 205 c) 10 305

d) 32 304 e) 30 050 f) $\overline{123...9}$

2. Poți descompune numerele naturale în funcție de un grup de cifre, ca în exemplele următoare:

$121\,212 = 12 \cdot 10^4 + 12 \cdot 10^2 + 12$

În același mod, descompune:

a) 2 323 b) 123 123

c) 123 123 123 d) $\overline{ababab}$

3. Calculează:

a) $2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 1$

b) $5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 2$

c) $4 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10 + 8$

d) $3 \cdot 10^{10} + 10^3 + 3$

4. Calculează:

a) $\overline{3\,232} : 32$ b) $\overline{5\,757} : 101$

c) $\overline{b\,bbb} : 11$ d) $\overline{a\,bab} : \overline{ab}$

e) $\overline{abc\,abc} : \overline{abc}$

5. Dacă a, b, c sunt numere naturale scrise în baza 10, calculează $(\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}) : 111$, știind că $a + b + c = 8$.

6. Determină numerele naturale de forma $\overline{ab}$ știind că: $\overline{aba} + \overline{bab} = 777$.

7. Câte numere de forma $\overline{ab}$ care verifică egalitatea $\overline{ab} + \overline{ba} = 55$ există?

8. Calculează.

* $\overline{5x3} + \overline{7y2}$ dacă $x + y = 13$.

9. Scrie în baza 10 numerele:

a) $10101_{(2)}$; b) $110_{(2)}$;

c) $11010_{(2)}$; d) $100000_{(2)}$.

10. Calculează:

$\underbrace{9 + 99 + 999 + 9999 + ... + 99...9}_{\text{10 termeni}}$

11. Determină câte nuci are Ana în coș dacă grupate câte 10 rămân 6 nuci negrupate, iar dacă grupele formate se grupează câte 10, se vor forma 4 grupe.

12. Scrie în baza 2 numerele de mai jos.

a) 37 b) 45 c) 124 d) 9.

13. Găsește regula și completează spațiile libere:

111	7
10 001	17
101	
	52

14. Determină cifrele a, b, c dacă $\overline{abc}_{(2)} = 7$.

15. Scrie numărul 72 ca sumă la puteri distincte ale lui 2.

16. Scrie *succesorul* și *predecesorul* numărului: $1001_{(2)}$.

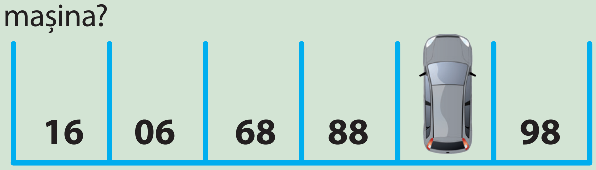
17. Descifrează numerele din text: *Toate cele $111_{(2)}$ volume Harry Potter au fost traduse în peste $11111_{(2)}$ limbi, iar ultimul volum a fost lansat pe data de $10101_{(2)}$ iulie.*

18. Determină $a + b + c + d$ dacă se verifică

* egalitatea: $2^a + 2^b + 2^c + 2^d = 240$.

Gândesc creativ

Ce număr are locul pe care stă mașina?



14. Ordinea efectuării operațiilor

Observ. Descopăr. Înțeleg

Magie: Gândește-te la un număr natural și scrie-l pe o foaie. Înmulțește acest număr cu 3 și adună 2. Rezultatul înmulțește-l cu pătratul lui 2 și adună cubul lui 3. Apoi înmulțește numărul obținut cu 2 și scade produsul numerelor 14 și 5. Împarte rezultatul la 24. Nu e așa că ai obținut numărul scris de tine?

Rezolvare:

Să pornim în descifrarea **magiei** cu un număr oarecare, de exemplu, 14 (putea fi și „*a*") – putem scrie informațiile date într-un singur exercițiu:

$\{[(3 \cdot \mathbf{14} + 2) \cdot 2^2 + 3^3] \cdot 2 - 14 \cdot 5\} : 24$

Efectuăm operațiile din paranteza rotundă (efectuăm înmulțirea, apoi adunarea)

$\{[(42 + 2) \cdot 2^2 + 3^3] \cdot 2 - 14 \cdot 5\} : 24$

Schimbăm forma parantezelor

$[(44 \cdot 2^2 + 3^3) \cdot 2 - 70] : 24$

Calculăm puterile existente

$[(176 + 27) \cdot 2 - 70] : 24 =$

$= 336 : 24 = \mathbf{14}$

Rețin

Dacă într-un exercițiu nu sunt paranteze, iar operațiile sunt de același ordin, se efectuează, de obicei, în ordinea în care sunt scrise.

Dacă într-un exercițiu nu sunt paranteze și sunt operații de ordine diferite, se efectuează mai întâi operațiile de ordinul III, apoi operațiile de ordinul II și la final cele de ordinul I.

Operații		
Ordinul I	**Ordinul II**	**Ordinul III**
Adunarea	Înmulțirea	Ridicarea la putere
Scăderea	Împărțirea	

Dacă într-un exercițiu sunt paranteze (rotunde, drepte, acolade), se efectuează calculele conform regulilor anterioare, în ordinea următoare: mai întâi, cele din parantezele rotunde, după care transformăm parantezele drepte în paranteze rotunde, iar acoladele în paranteze drepte și continuăm efectuarea calculelor.

Lucrez

1. Rezolvă:

a) $(2^3 \cdot 3^2 - 6^2) : 2^2 + 2$

b) $[(15^2 : 5 - 3^2) + 12] : 6$

c) $[(2^3)^4 : (2^5)^2 + (5^3)^7 : (5^4)^5] : 3 - 3$

d) $3^2 \cdot 5 - 2^4 : 2$

e) $3 \cdot (5^2 - 4^2) - 6$

2. Calculează:

A a) $405 - 405 : 15$

b) $20 \cdot \{4 + 10 \cdot [120 + 20 \cdot (36 - 36 : 4)]\}$

c) $(2^3 \cdot 5 + 5^0) : 41$

d) $[(2^3)^4 : (2^5)^2 - 17^0] \cdot 6$

B a) $3 \cdot [5 + 2^2 \cdot (13^0 + 1^{13} + 0^{14}) \cdot (2^4 - 2^3)]$

b) $13 \cdot [(3^2)^2 - 15^2 : 25] : 18 + 18$

c) $(27 + 45) : (3 + 15)$

d) $[(3^3)^2 + 2^{18} : 2^{10} - 25] : [(3^2)^3 + 2^{15} : 2^7 - 5^2]$

e) $[7^5 \cdot (3^4)^5 \cdot (11^6)^2] : [7^5 \cdot (3^{10})^2 \cdot (11^3)^4]$

f) $[2^8 \cdot 5^6]^2 : [5^4 \cdot 2^5]^3$

g) $(3^2 - 2^3)^2 \cdot (8^5 : 4^7)^2$

3. Scrie crescător numerele:

$a = 203 + 203^2 + 204$

$b = 102 + 102 \cdot 204 + 103 \cdot 205$

$c = 203 \cdot 47 + 203 \cdot 215 - 203 \cdot 59$

4. O croitoreasă face într-o lună, din 140 m de stofă, 50 de cămăși. Ea vinde cămășile cu 150 lei bucata. Cât a câștigat acea croitoreasă, dacă un metru de stofă costă 40 lei, iar accesoriile folosite, 50 lei?

5. După terminarea facultății, Horia s-a angajat la o firmă pentru 30 de zile. La final, la plată, i s-au reținut 300 lei pentru consumația lui la cantina firmei și a primit 1200 lei în mână. Cu cât a fost plătit pe zi?

6. Pune paranteze rotunde astfel încât să obții propoziții adevărate!

a) $6 + 2 \cdot 3 + 4 - 6 = 14$

b) $6 + 5 \cdot 4 + 3 - 6 = 71$

7. Calculează.

a) $[98 \cdot (6384 : 76 - 5312 : 64) : 49 + 25] : 9$

b) $3 \cdot \{17 + [2 + (1833 : 39 + 23) : 5] : 8\} - 2$

c) $[8^7 \cdot 4^5 : 16^7 - 3^{10} \cdot 27^5 : 81^6] : 5$

d) $25^5 \cdot 125^6 - 625^6 \cdot 5^4$

8. Calculează.

a) $(111 + 222 + 333) : (3 + 6 + 9)$

b) $2^{10} - 2^8 \cdot 3 - 2^6 \cdot 3 - 2^4 \cdot 3 - 2^2 \cdot 3 - 2^2 \cdot 3 - 3$

c) $99 \cdot (97 + 5) - 99 \cdot (97 - 5)$

d) $28 \cdot 27 - 28 \cdot 10 - 17^2$

e) $\{100 - [100 - (100 - 99)]\} \cdot 100$

9. Dacă $a \cdot b = 49$; $b \cdot c = 27$; $c \cdot a = 12$, determină $a \cdot b \cdot c$.

10. *Cunoști istoria cinematografiei?* Calculează și află anii ce au marcat istoria acesteia!

a) *anul nașterii cinematografiei:*
suma cifrelor numărului $3 \cdot 10^{211} - 7$

b) *anul în care au apărut primele producții de film cu sunet:*
$2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^3 - 2^0$

c) *anul în care a rulat la cinematograf primul film 3D:*
$2003^{10} - 2003^9 \cdot 2002 - 2003^8 \cdot 2002 - ... - 2003 \cdot 2002$

11. *Sume cool!*

A Observă următorul exemplu:

Să calculăm: $(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^{10}) \cdot 2 + 1$

Notăm: $S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^{10}$

$3 \cdot S = 3 \cdot (1 + 3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^{10}) =$

$= 3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^{11}$ (distributivitatea înmulțirii)

$3 \cdot S - S = 3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^{11} -$

$-(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^{10}) = 3^{11} - 1$

(comutivitatea adunării)

$2 \cdot S = 3^{11} - 1$

$(1+3+3^2+3^3+...+3^{10}) \cdot 2 + 1 = 2 \cdot S + 1 = 3^{11} - 1 + 1 =$

$= 1 + 3^{11} - 1 = 3^{11}$

Procedează asemănător și determină sumele:

a) $S_1 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$

b) $S_2 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{10}$

c) $S_3 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{63}$

B Observă următorul exemplu:

$S = 1 + 2 + 3 + ... + 99$

$\underline{S = 99 + 98 + 97 + \quad +1}$

$2S = 100 + 100 + ... + 100$

$2S = 99 \cdot 100$

$S = 99 \cdot 100 : 2 = 99 \cdot 50 = 4950$

Se deduce în același mod:

$1 + 2 + 3 + ... + n = n(n + 1) : 2$

Verifică-te calculând suma în două moduri.

Procedează asemănător și determină sumele:

a) $S_1 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$

b) $S_2 = 1 + 2 + 3 + ... + 2002$

C Observă următorul exemplu:

$2 + 7 + 12 + 17 + ... + 97$

+5 +5 +5

Termenii cresc cu 5: împărțim toți termenii la 5 și scriem:

$$\left.\begin{aligned} 2 &= 5 \cdot 0 + 2 \\ 7 &= 5 \cdot 1 + 2 \\ 12 &= 5 \cdot 2 + 2 \\ 17 &= 5 \cdot 3 + 2 \ ... \\ 97 &= 5 \cdot 19 + 2 \end{aligned}\right\} +$$

$2 + 7 + 12 + ... + 97 =$

$\underbrace{5 \cdot (0 + 1 + 2 + ... + 19)}_{\text{(factor comun 5)}} + \underbrace{2 + 2 + ... + 2}_{\text{(de 20 de ori)}}$

$= 5 \cdot 19 \cdot 10 + 2 \cdot 20 = 950 + 40 = 990$

Verifică corectitudinea metodei calculând suma S_1 în două moduri.

Procedează asemănător și determină sumele:

a) $S_1 = 2 \cdot 1 + 1 + 2 \cdot 2 + 1 + 2 \cdot 3 + 1$

b) $S_2 = 2 \cdot 1 + 1 + 2 \cdot 2 + 1 + 2 \cdot 3 + 1 + ... + 2 \cdot 99 + 1$

I Recapitulare

1. Se consideră numărul scris în baza 10: $\overline{abc\,def\,ghi}$ unde: $a = 2^0$, $b = 2^1$, $c = 2^2$, $d = 2^3$, $e = 3^0$, $f = 3^1$, $g = 3^2$, $h = 4^0$, $i = 4^1$.
a) Scrie cu cifre și litere numărul de mai sus.
b) Determină suma cifrelor numărului dat.
c) Arată că produsul cifrelor numărului dat nu este pătrat perfect.

2. Reprezintă pe axa numerelor naturale punctele ce au coordonate primele puteri consecutive ale lui 2.

3. Marian scrie pe tablă trei numere consecutive. Dacă unul dintre ele este 123 345 789, ce numere a scris Marian pe tablă? Pentru fiecare variantă găsită determină suma celor trei numere.

4. Calculează produsul dintre succesorul numărului 129 și predecesorul numărului 100.

5. Dacă $5X + 3Y = 197$, calculează $20X + 12Y$.

6. Compară numerele naturale a și b dacă $a = 43 \cdot 59 - 43 \cdot 27$ și $b = 32 \cdot 87 - 32 \cdot 44$

7. Dacă $a = 1 + 2 + 3 + \ldots + 299$ și $b = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 297$, calculează $a - b$.

8. Determină numărul natural care împărțit la un număr mai mic decât 48 dă câtul 21 și restul 46.

9. Calculează suma tuturor resturilor împărțirii unui număr natural la:
a) 11; b) 101.

10. Se consideră numărul:
$a = 543215432154321\ldots54321$.
a) Scrie cu cifre și cu litere numărul format cu primele 7 cifre ale lui a.
b) Stabilește dacă numărul format cu primele 8 cifre ale lui a este pătrat perfect.
c) Care este cifra de pe poziția 258?

11. Determină numărul natural care împărțit la un număr de două cifre identice dă câtul 29 și restul 89.

12. Determină produsul dintre suma și diferența numerelor 96 și 56.

13. Calculează.
a) $27 \cdot 39 - 39 \cdot 26$
b) $97 + 97 \cdot 99$
c) $37 \cdot 63 + 37 \cdot 24 - 87 \cdot 35$
d) $3^2 \cdot 3^4 - (3^4)^2 : 3^2 + 3^0 - 0^3$
e) $2^5 : 4^2 + 3^9 : 9^3 : 3^3$
f) $2 \cdot \{(3 \cdot 5^2 - 2^3 \cdot 18 : 3^2 + 3 \cdot 11) : 2^2] + 6\}$

14. Determină suma cifrelor numărului $10^5 + 5^4$.

15. Dacă $a \cdot b = 2^3 \cdot 3^3$; $a \cdot c = 2^5 \cdot 5^3$; $b \cdot c = 3^3 \cdot 5$, află $(a \cdot b \cdot c)^2$ folosind proprietățile puterilor.

16. Calculează.
a) $1\,416 : \{[(32 \cdot 43 - 9\,999 : 11) \cdot 2 + 256 : 8] : 2 - 99 : 9\}$
b) $\{[(60 - 6 \cdot 4) \cdot 3 + 612 : 6] \cdot 2 + 24\} : 4 - 4$

17. Scrie crescător numerele următoare:
$a = 4\,725 : 63$ $\quad$ $b = 376 \cdot 89$
$c = 104\,040 : 102$ $\quad$ $d = 1\,044 - 1\,044 : 2$

18. Compară numerele :
a) $A = (2^3)^3$ și $B = (2^4)^2$; b) $A = 125^{22}$ și $B = 3^{99}$.

19. Află ultima cifră a numărului $2^{2017} \cdot 5^{2021} + 2^{29}$ şi stabilește dacă este pătrat perfect.

20. Se consideră numărul $a = 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^n$,
a) Calculează valoarea lui a dacă $n = 6$.
b) Dacă $2 + a = 2^{2017}$, determină n.

21. Dacă $\overline{abc} + \overline{bc} + c = \overline{cba} + \overline{ba} + a$, arată că $a = c$.

22. Transformă numărul 133 din baza 10 în baza 2 iar numărul $10101_{(2)}$ în baza 10.

23. Un țăran a cumpărat un purcel cu 100 de lei și l-a vândut pentru 200 de lei. Apoi a cumpărat același purcel pentru 300 de lei și l-a revândut pentru 400 de lei. Care a fost profitul total al țăranului din cele două tranzacții?

24. Descoperă:
a) cel mai mare număr de trei cifre, format cu cifre pare consecutive;
b) numerele x și y știind că x este predecesorul lui 579, iar y este succesorul lui 1 486;
c) cel mai mare număr par de trei cifre, scris cu cifre diferite.

25. Află deîmpărţitul, când împărţitorul este mai mic decât 20, câtul 10, iar restul 18.

26. Determină toate numerele naturale diferite de 0 care împărțite la 6 dau câtul egal cu restul.

27. Află toate numerele naturale care prin împărţire la 5 dau de fiecare dată câtul 66.

28. Află câte numere naturale mai mici decât 2 000 împărţite la 24 dau restul 7.

START

1. Calculează:

a) $81^2 - 81 \cdot 79$

b) $[(5^2 : 5 + 5) \cdot 2^3 - 2^3] : 3^2$

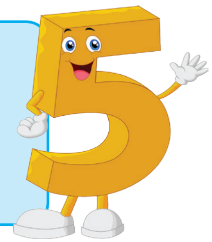
c) $201 - 201 : 3$;

d) a^b dacă $a = 3675 : 25$ și $b = 97 \cdot 98 - 98 \cdot 95 - 2 \cdot 97$

2. a) Află câtul numerelor 9^3 și 3^4.

b) Scrie numărul 2 367 descompus după puterile lui 10.

c) Împarte la 5 toate numerele naturale mai mici decât 25. Care este suma tuturor resturilor obținute?



3. a) Găsește toate numerele naturale de forma $\overline{ab}$ pentru care $\overline{ba}$ este pătrat perfect.

b) Fie numerele $a = \overline{xy79}$ și $b = \overline{x67x}$. Află x și y dacă $a = b$.

c) Află câtul și restul obținut la împărțirea sumei la diferența numerelor 871 și 913.

4. a) Determină pătratul și cubul numărului 20.

b) Află toate numerele naturale nenule care împărțite la 4 dau câtul egal cu dublul restului.

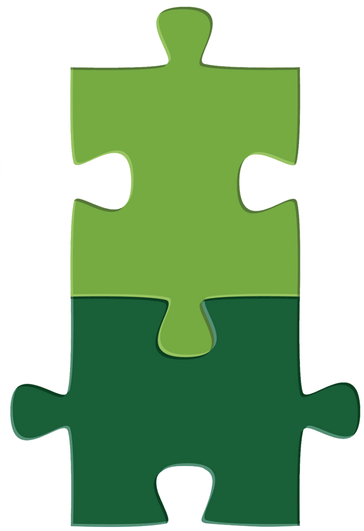
c) Ordonează crescător numerele 9^3; 3^5; 27^2.

STOP

Numărul exercițiului	1				2			3			4			oficiu
	a	b	c	d	a	b	c	a	b	c	a	b	c	
Punctaj	10 p	10 p	10 p	15 p	5 p	5 p	5 p	5 p	5 p	5 p	5 p	5 p	5 p	10 p

Unitatea II

Metode aritmetice de rezolvare a problemelor



Pe parcursul acestei unităţi vei exersa:

- Modelarea matematică a unei situaţii date
- Rezolvarea problemei obţinute prin metode aritmetice şi interpretarea rezultatului
- Rezolvarea de probleme prin metoda reducerii la unitate
- Rezolvarea de probleme prin metoda comparaţiei
- Rezolvarea de probleme prin metoda figurativă
- Rezolvarea de probleme prin metoda mersului invers
- Rezolvarea de probleme prin metoda falsei ipoteze

Matematica de lângă noi

Proiect — **Tema 2 Matematica şi geografia**

Introducere

Imaginează că ai de alcătuit traseul unei excursii în care vei pleca împreună cu colegii tăi de clasă.

Ai următoarea condiţie impusă: traseul trebuie să treacă prin 8 judeţe, inclusiv judeţul în care locuieşti.

Ce vei face?

a) Alegi traseul.

b) Te informezi – la bibliotecă sau pe internet – despre obiectivele turistice şi economice ale fiecărui judeţ aflat pe traseul propus.

c) Utilizând datele aflate, vei completa portofoliul personal cu probleme compuse de tine, asemănătoare celor pe care le vei întâlni în această unitate.

d) Fiecare problemă o vei scrie pe o foaie format A4 şi o vei prezenta colegilor.

Structura unei prezentări

Atragi atenţia asupra faptului că pentru a răspunde corect cerinţelor unei probleme, trebuie să fim atenţi la ceea ce se cere, deoarece rezultatul unei/unor operaţii nu este întotdeauna ceea ce ni s-a cerut.

Etapele de urmărit sunt următoarele:

1. Citirea cu atenţie a enunţului problemei.
2. Analizarea problemei: identificarea datelor utile, pe care le subliniezi cu albastru, precum şi a cerinţei, pe care o subliniezi cu roşu.
3. La nevoie, poţi să faci o schemă care să reprezinte datele problemei.
4. Identificarea metodei potrivite şi scrierea operaţiei/operaţiilor necesare pentru a rezolva problema.
5. Efectuarea calculelor.
6. Redactarea răspunsului, ţinând cont de cerinţă.
7. Verificarea soluţiei găsite.

După ce fiecare elev îşi prezintă problemele, le veţi vota pe cele mai interesante.

Cinci pâini

adaptare după Ion Creangă

Doi oameni călătoreau odată pe un drum. Unul avea în traista sa trei pâini, iar celălalt, două pâini. Fiindu-le foame, se opresc la umbra unui copac şi încep să mănânce împreună, ca să aibă mai mare poftă de mâncare.

Un al treilea drumeţ, necunoscut, se opreşte lângă ei, dându-le bună ziua. Apoi se roagă să-i dea şi lui ceva de mâncare, fiindcă era tare flămând.

– Poftim, om bun, de-i ospăta împreună cu noi! ziseră cei doi drumeţi călătorului străin. Unde mănâncă doi mai poate mânca şi al treilea.

Călătorul străin se aşază lângă cei doi, apoi încep cu toţii a mânca pâine goală şi a bea apă rece din fântână. Şi mănâncă ei la un loc, şi mănâncă, până ce termină de mâncat toate cele cinci pâini, de parcă nici n-ar fi fost.

După ce au mâncat, călătorul străin scoate cinci lei din pungă şi-i dă celui ce avusese trei pâini, zicând:

– Primiţi, vă rog, oameni buni, acești bani de la mine, ca mulțumire pentru că mi-aţi dat de mâncare la nevoie.

Cei doi nu prea voiau să primească, dar, după multă stăruinţă din partea celui de-al treilea, au primit. Călătorul străin își ia rămas-bun de la cei doi, apoi pleacă. Ceilalţi mai rămân sub copac, la umbră, să se odihnească. Într-un târziu, cel care avusese trei pâini îi dă doi lei celui cu două pâini, zicându-i:

– Ţine, frate, partea dumitale! Ai avut două pâini întregi, doi lei ţi se cuvin. Şi mie îmi opresc trei lei, fiindcă am avut trei pâini întregi.

– Cum aşa?! zise celălalt nemulțumit! Pentru ce numai doi lei, şi nu doi şi jumătate, partea dreaptă ce ni se cuvine fiecăruia? Eu cred că nu mi-ai făcut parte dreaptă. Haide să ne judecăm!

Și astfel pornesc ei la drum, cu hotărârea să se judece. Şi, cum ajung într-un loc unde era judecătorie, se înfăţişează înaintea judecătorului şi încep a spune câte pâini a avut fiecare, cum a mâncat drumeţul cel străin la masa lor, deopotrivă cu dânşii, cum le-a dat cinci lei drept mulțumire şi cum cel cu trei pâini a împărțit banii.

Judecătorul, după ce-i ascultă pe amândoi cu luare aminte, îi spune celui care avusese două pâini să înapoieze un leu tovarăşului cu trei pâini. Cel cu două pâini își manifestă nemulțumirea și ceru explicații judecătorului.

Care crezi că a fost explicația? *Află continuarea poveștii în varianta digitală a manualului!*

II

1. Metoda reducerii la unitate

Observ. Descopăr. Înțeleg

Maria a cumpărat 6 caiete de matematică, pentru care a plătit 18 lei.

Cât a plătit Sorin pentru 5 caiete de același fel?

Rezolvare:

Pasul 1. Aflăm cât costă un caiet (o unitate)

18 lei : 6 = 3 lei (costă un caiet)

Pasul 2. Aflăm cât costă numărul de caiete dorit.

3 lei · 5 = 15 lei

Răspuns: 5 caiete costă 15 lei

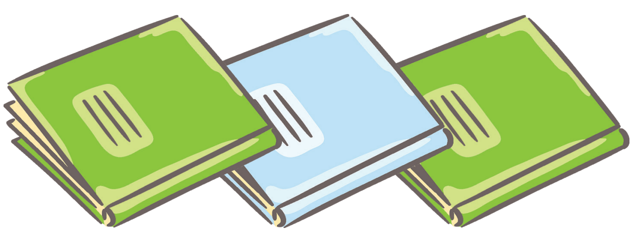
Lucrez

1. Ionel a ajutat-o pe bunica sa la plantat lalele. Pe 9 rânduri au plantat 72 de bulbi. Câți bulbi au plantat, dacă în total sunt 12 rânduri egale?

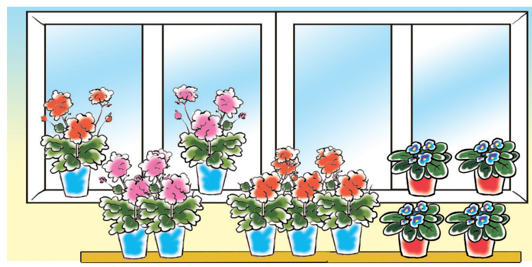
2. Pentru ornamentarea a 8 pălării tradiționale, elevii unei clase au cumpărat 320 cm de panglică tricoloră. Câtă panglică tricoloră trebuie să mai cumpere pentru a confecționa încă 12 pălării?

3. Elena tricotează căciulițe pentru păpuși. Din 60 g de fire a realizat 5 căciulițe. Ce cantitate de fire trebuie să mai folosească pentru încă 8 căciulițe ?

4. Mama a plătit pentru 3 caiete 6 lei. Cât ar fi plătit dacă ar fi cumpărat 7 caiete?



5. Pentru îngrijirea plantelor de la colțul verde al clasei timp de 3 săptămâni s-au consumat 27 de litri de apă. Câtă apă e necesară pentru încă 5 săptămâni?



6. Matei a cumpărat 3 CD-uri, pentru care a plătit 6 lei. Cât a costat un CD?

7. Ioana a preparat 900 ml de suc de fructe, pe care l-a împărțit în 6 pahare. Cât suc este în fiecare pahar?

8. Mioara mănâncă zilnic aceeași cantitate de fructe. Care este cantitatea de fructe consumată într-o zi, dacă a mâncat într-o săptămână 2 100 g de fructe?

9. Mara a cumpărat 2 kg de banane, pentru care a plătit 12 lei. Cât ar fi plătit dacă ar fi cumpărat 3 kg?

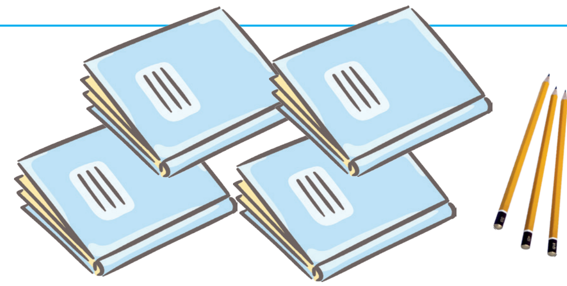
2. Metoda comparației

Observ. Descopăr. Înțeleg

Ionel a cumpărat 4 caiete și 2 creioane, pentru care a plătit 14 lei. Maria a cumpărat 5 caiete și 4 creioane, pentru care a plătit 19 lei.

Cât costă un caiet?

Dar un creion?



Rezolvare:

I
- Extragerea datelor problemei.
- Așezarea în coloane a cantităților de același fel și compararea lor.
- Identificarea cerinței.

Ionel: 4 caiete .... **2 creioane** .... **14 lei**
Maria: 5 caiete .... **4 creioane** .... **19 lei**
1 caiet = ? lei   1 creion = ? lei

II Obținerea unor cantități egale (egalarea numărului de creioane prin înmulțirea cu 2 a cantităților din primul șir de date).

4 caiete .... **2 creioane** .... **14 lei** / · **2**
5 caiete .... **4 creioane** .... **19 lei**

8 caiete .... **4 creioane** .... **28 lei**
5 caiete .... **4 creioane** .... **19 lei**

III Efectuarea diferențelor.

3 caiete.......................... **9 lei**

IV Calcularea prețurilor cerute.

1 caiet:	9 lei : 3 = 3 lei
4 caiete:	3 lei · 4 = 12 lei
2 creioane:	14 lei – 12 lei = 2 lei
1 creion:	2 lei : 2 = 1 leu

V Scrierea și verificarea răspunsului.

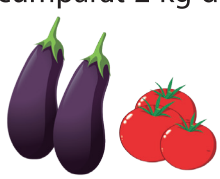
Răspuns: 1 caiet: 3 lei; 1 creion: 1 leu.

Verificare:
5 · 3 lei + 4 · 1 leu = 15 lei + 4 lei = 19 lei

Lucrez

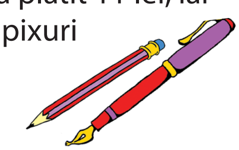
1. Bunica a cumpărat 4 ouă și 300 g de griș, pentru care a plătit 7 lei. Pentru 7 ouă și 200 g de griș ar fi dat 9 lei.
Cât costă un ou? Dar 100 g de griș?

2. Pentru 5 kg de roșii și 4 kg de vinete, mama a plătit 23 lei, iar bunica a cumpărat 2 kg de roșii și 3 kg de vinete, pentru care a plătit 12 lei. Cât costă un kilogram de roșii? Dar un kilogram de vinete?

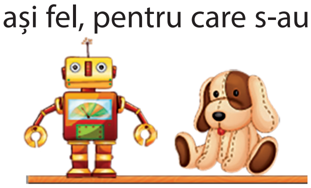


3. Emilia a cumpărat 5 caiete și 4 creioane, care împreună cântăresc 720 g, iar Marin a cumpărat 4 caiete și 3 creioane de același fel, care împreună cântăresc 570 g. Cât cântărește un caiet? Dar un creion?

4. Pentru Marin, mama a cumpărat 3 pixuri și 5 creioane, pentru care a plătit 11 lei, iar pentru Irina a cumpărat 2 pixuri și 6 creioane, pentru care a plătit 10 lei.
Cât costă un pix?
Dar un creion?



5. Pentru cadourile de Crăciun, la o grădiniță s-au cumpărat 12 roboței și 15 cățeluși de pluș, pentru care s-au plătit 990 lei, iar la altă grădiniță s-au cumpărat 8 roboței și 18 cățeluși de pluș, de același fel, pentru care s-au plătit 900 lei.
Cât costă un cățeluș de pluș?
Dar un roboțel?



II

3. Metoda figurativă

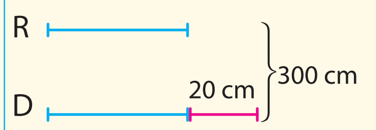
A. Probleme cu sumă și diferență

Observ. Descopăr. Înțeleg

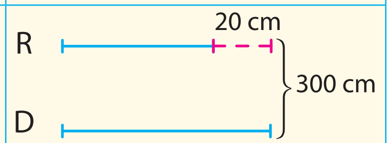
Raluca are o panglică de 300 cm, pe care o folosește la împachetarea cadourilor pentru prietenii săi, Diana și Radu. Pentru cadoul Dianei este nevoie ca panglica să fie cu 20 cm mai mare decât pentru cadoul lui Radu. Ce lungimi trebuie să aibă cele două bucăți de panglică?

Rezolvare:

Metoda 1

<table>
<tr><th>Datele problemei</th><th>Desenul</th></tr>
<tr><td>D + R = 300 cm
R = D – 20 cm
D = ?
R = ?</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">1) Eliminăm surplusul, pentru a obține părți egale
300 cm – 20 cm = 280 cm (dublul lui R)
2) Calculăm valoarea unei singure părți
280 cm : 2 = 140 cm (R)
3) Calculăm valorile cerute
140 cm + 20 cm = 160 cm (D)
Răspuns: Radu: 140 cm; Diana: 160 cm.
Verificare: 140 cm + 160 cm = 300 cm
160 cm – 20 cm = 140 cm</td></tr>
</table>

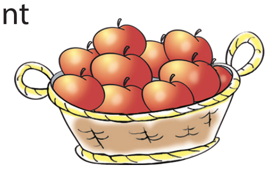
Metoda 2

<table>
<tr><th>Datele problemei</th><th>Desenul</th></tr>
<tr><td>D + R = 300 cm
R = D – 20 cm
D = ?
R = ?</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">1) Adăugăm diferența, pentru a obține părți egale
300 cm + 20 cm = 320 cm (dublul lui D)
2) Calculăm valoarea unei singure părți
320 cm : 2 = 160 cm (D)
3) Calculăm valorile cerute
160 cm – 20 cm = 140 cm (R)
Răspuns: Radu: 140 cm; Diana: 160 cm.
Verificare: 140 cm + 160 cm = 300 cm
160 cm – 20 cm = 140 cm</td></tr>
</table>

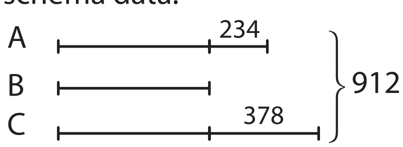
Lucrez

1. Distanța rutieră București-Sibiu este de 251 km. Știind că de la București până la Pitești sunt cu 41 km mai puțin decât de la Pitești până la Sibiu, stabilește care sunt distanțele Sibiu-Pitești și București-Pitești.

2. Olivia a cules 96 de mere din livada bunicii, pe care le-a pus într-un coș și într-un castron. Merele din coș sunt cu 36 mai multe decât cele din castron. Câte mere sunt în coș? Dar în castron?



3. Compuneți și rezolvați probleme, folosind schema dată.



4. Sorin a parcurs un traseu montan cu lungimea de 64 km în 3 zile, astfel: în a doua zi cu 8 km mai mult decât în prima zi, iar în a treia zi cu 3 km mai mult decât în a doua zi. Care a fost lungimea parcursă în fiecare din cele 3 zile?

5. Corina a citit o carte de 80 de pagini în 3 zile, astfel: a doua zi a citit cu 2 pagini mai mult decât în prima zi, iar în a treia zi cu 4 pagini mai mult decât în a doua zi.
Câte pagini a citit în fiecare din cele 3 zile?

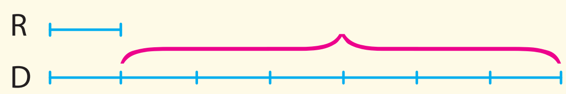
6. Daniel a pus cele 36 de cărți citite în vacanța de vară pe 2 rafturi, astfel că pe raftul de jos sunt cu 8 cărți mai mult decât pe celălalt raft. Câte cărți sunt pe fiecare raft?

B. Probleme cu suma sau diferența și câtul numerelor

Observ. Descopăr. Înțeleg

Dragoș îi spune surorii sale, Raluca:
– Ai de 7 ori mai puține nuci decât mine!
– Dacă îmi dai 9 nuci, vom avea același număr de nuci!
Să aflăm câte nuci are fiecare!

Rezolvare:

Datele problemei	*Desenul*
$R = D : 7$ $R + 9 = D - 9$ $R = ?$ $D = ?$	

1) Aflăm numărul de părți egale, prin diverse operații aritmetice

Observăm că diferența dintre Raluca și Dragoș este de 6 segmente. Dacă luăm jumătate din acestea de la Dragoș și le adăugăm Ralucăi, atunci cei doi vor avea același număr de nuci.

2) Aflăm cât este o parte $9 : 3 = 3$ (R)
3) Calculăm valorile cerute $3 \cdot 7 = 21$ (D)

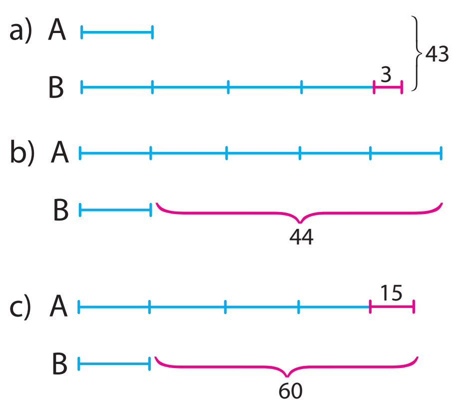
Răspuns: Raluca: 3 nuci; Dragoș: 21 de nuci. ***Verificare***: $3 + 9 = 12$; $21 - 9 = 12$

Lucrez

1. Mihai are de 5 ori mai puține creioane colorate decât Laura. Împreună, cei doi au 36 de creioane. Câte creioane colorate are fiecare dintre cei doi copii?

2. În vacanța de vară, Ioana a adunat de la malul mării cochilii de scoici și de melci. Melcii sunt de 4 ori mai puțini decât scoicile, iar în total sunt 35 de cochilii. Câte sunt din fiecare fel?

3. Compune și rezolvă probleme, folosind schemele date.



4. Bunicul a așezat merele culese în două cutii. Află cantitatea de mere din fiecare cutie, știind că în total sunt 42 kg, iar într-o cutie sunt cu 12 kg mai mult decât jumătate din cealaltă cutie.

5. Bianca are 140 de mărgele albe, roșii și albastre. Numărul mărgelelor albastre este un sfert din numărul celor albe, iar numărul mărgelelor roșii este dublul celor albastre. Află câte mărgele de fiecare culoare are Bianca.

6. Află două numere știind că suma lor este 77, iar dacă împărțim unul dintre cele două numere la celălalt, obținem câtul 4 și restul 12.

7. Află două numere știind că suma lor este 480, iar unul dintre cele două numere este de 5 ori mai mic decât celălalt.

Gândesc creativ

Când aveam 4 ani, fratele meu avea jumătatea vârstei mele. Acum am 18 ani. *Câți ani are fratele meu?*

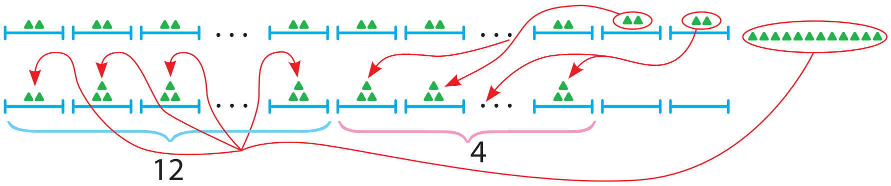
C. Alte tipuri de probleme

Observ. Descopăr. Înțeleg

De ziua Pământului, elevii unei clase au hotărât să planteze puieți de brad. Dacă fiecare copil ar planta câte 2 puieți, ar rămâne 12 puieți neplantați. Dacă ar planta câte 3, ar rămâne 2 copii care nu ar planta nimic. Câți elevi sunt și câți puieți vor să planteze?

Rezolvare:

Reprezentăm fiecare copil printr-un segment și fiecare puiet printr-un punct.



Dacă luăm cei 12 puieți și îi repartizăm câte unul la un copil, atunci 12 copii vor planta câte 3 puieți. Ultimii 2 copii nu mai au puieți de plantat, ceea ce înseamnă că 4 puieți au trecut, câte unul, la alți 4 copii. Avem astfel: (12 copii + 4 copii) 16 copii care au plantat câte 3 puieți. Înseamnă că sunt 18 elevi.

Numărul puieților este $16 \cdot 3 = 48$.

Răspuns: elevi: 18; puieți: 48.

Verificare: $18 \cdot 2 + 12 = 36 + 12 = 48$; $(18 - 2) \cdot 3 = 16 \cdot 3 = 48$

Lucrez

1. Maria a preparat brioșe. Dacă le-ar așeza câte 5 pe o farfurioară, ar rămâne 2 brioșe nepuse pe farfurioară. Dacă le-ar așeza câte 8, ar rămâne 2 farfurioare pe care nu este nicio brioșă. Câte farfurioare are Maria și câte brioșe a preparat?

2. Într-un parc, dacă se așază câte o cioară pe un stâlp, rămân 7 ciori în zbor, iar dacă se așază câte două, rămân 4 stâlpi liberi.
Câte ciori și câți stâlpi sunt în acel parc?

3. Ionel a cumpărat flori pentru a le oferi colegelor sale de 1 Martie. Dacă ar oferi câte 3 flori fiecărei colege, ar mai rămâne 8 flori. Dacă ar oferi câte 5 flori, atunci 4 colege nu ar primi nicio floare, iar una dintre ele ar primi doar 3 flori. Câte colege are Ionel și câte flori a cumpărat?

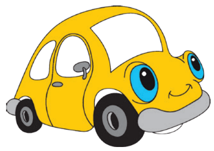
4. Într-o sală de clasă, dacă se așază câte 2 elevi într-o bancă, rămân 3 copii în picioare, iar dacă se așază câte 3, rămân 3 bănci libere. Câte bănci și câți elevi sunt în acea clasă?

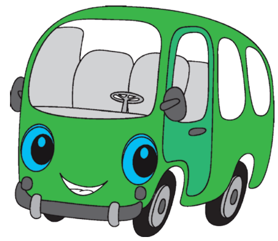
5. Compune o problemă care să utilizeze la rezolvarea ei schema prezentată la problema rezolvată sau o schemă asemănătoare.

Observ. Descopăr. Înțeleg

Din București, la ora 9:00, un autoturism a plecat spre Arad, mergând cu viteza de 80 km/h, pe un traseu care însumează 580 km. După 2 ore, din Arad spre București, pe același traseu, a plecat un autobuz, care mergea cu 60 km/h.

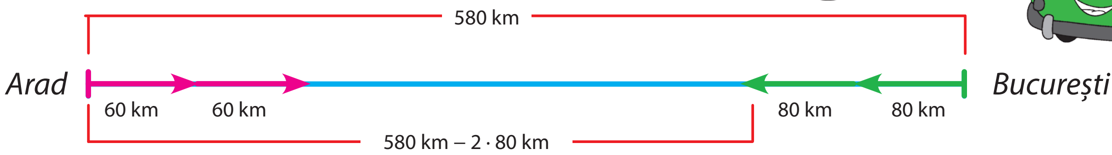
La ce oră s-au întâlnit? La ce distanță față de Arad?





Rezolvare:

Reprezentăm grafic datele problemei:



1) În primele 2 ore autoturismul a parcurs 2 · 80 km = 160 km.
2) Distanța dintre cele 2 vehicule în momentul când a plecat autobuzul era:
   580 km – 160 km = 420 km.
3) În fiecare oră distanța dintre vehicule se micșorează cu 80 km + 60 km = 140 km.
4) 420 km : 140 km = 3 (ore), deci se vor întâlni după 3 ore, 9 + 2 + 3 = 14, adică la ora 14:00.
5) Distanța față de Arad: 3 · 60 km = 180 km.

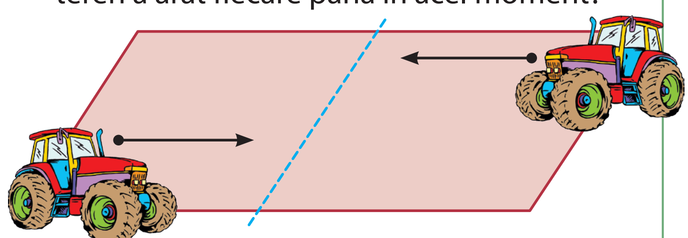
Răspuns: s-au întâlnit la ora 14:00, la 180 km distanță față de Arad.

Verificare: (2 + 3) · 80 km + 3 · 60 km = 5 · 80 km + 180 km = 400 km + 180 km = 580 km.

Lucrez

1. Alex a plecat din București spre Alba Iulia, la ora 10:00. El a mers o jumătate de oră cu viteza de 70 km/h, iar restul drumului l-au parcurs cu viteza de 80 km/h. Prietenii lui din Baia Mare au plecat și ei spre Alba Iulia, cu viteza de 60 km/h. Știind că distanța București-Alba Iulia este 355 km, iar distanța Baia Mare-Alba Iulia este 240 km, află la ce oră au plecat cei din Baia Mare dacă au ajuns la Alba Iulia în același timp cu Alex.

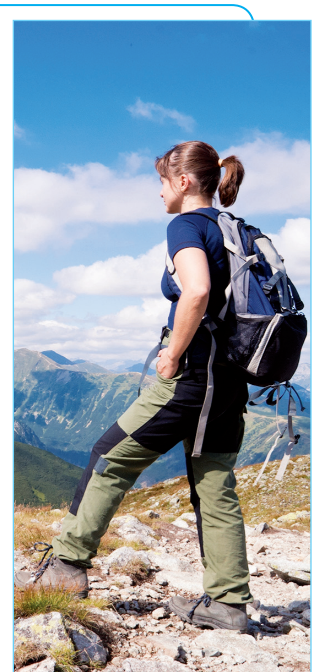
2. O fermă are de arat un teren dreptunghiular cu lungimea de 1 200 m. Pentru a economisi timp, se folosesc 2 tractoare, care pleacă de la cele 2 margini ale terenului. Fiecare tractor ară terenul pe o lungime de 100 m în 30 minute. Primul tractor a început aratul la ora 9:00, ia al doilea la ora 10:00. La ce oră se vor întâlni cele două tractoare și ce lungime de teren a arat fiecare până în acel moment?



3. Caută pe internet distanța dintre Iași și Deva. La ora 10:00 pleacă, simultan, un autoturism din Deva spre Iași, mergând cu 65 km/h, altul din Iași spre Deva, mergând cu 60 km/h.
Ce distanță va fi între cele două autoturisme după 3 ore, dacă cel care a plecat din Deva a făcut un popas timp de 15 minute?

4. Metoda mersului invers

Observ. Descopăr. Înțeleg



Un turist și-a propus să parcurgă un traseu în 4 zile. În prima zi a parcurs jumătate din lungimea traseului. În a doua zi a parcurs o treime din traseul rămas. A treia zi a parcurs 3 pătrimi din noul rest, iar în a patra zi a parcurs 24 km.

Care este lungimea traseului și cât a parcurs în fiecare zi?

Rezolvare:

1. Reprezentăm grafic datele problemei:

Prima zi: parcurs – jumătate din tot traseul; rămas

A doua zi: parcurs – o treime din traseul rămas; rămas

A treia zi: parcurs – 3 pătrimi din traseul rămas; rămas

A patra zi: parcurs – 24 km

2. Identificăm din datele problemei ceea ce reprezintă una sau mai multe părți egale.
Observăm că traseul parcurs în a treia zi este de 3 ori mai mare decât cel parcurs în a patra zi.

3. Aflăm datele cerute parcurgând etapele problemei în sens invers, de la final spre început

1) *Ziua a treia*: 3 · 24 km = 72 km; deci în ultimele 2 zile s-au parcurs 96 km, ceea ce reprezintă 2 treimi din traseul rămas după prima zi.
2) *Ziua a doua*: 96 km : 2 = 48 km;
3) *Prima zi*: 48 km + 96 km = 144 km;
4) *Lungimea totală a traseului*: 144 km + 48 km +72 km + 24 km = 288 km.

Răspuns: 288 km; 144 km; 48 km; 72 km; 24 km

Verificare: 288 : 2 = 144 (km); 144 : 3 = 48 (km); 144 – 48 = 96 (km); 96 : 4 · 3 = 72 (km)

Lucrez

1. Dorina a cules mere, pe care le-a împărțit în mod egal în 3 coșuri. Jumătate din numărul merelor le-a folosit pentru compot. A folosit la o plăcintă o pătrime din merele rămase, adică 24.
Câte mere erau la început în fiecare dintre cele 3 coșuri?

2. Bunica a cules câteva nuci și le-a pus pe un platou, pentru cei trei nepoți. Când a venit primul nepot, a luat o treime din nucile aflate pe platou. La fel au procedat, pe rând, ceilalți doi nepoți, după care au rămas 8 nuci pe platou. Câte nuci a pus bunica pe platou?

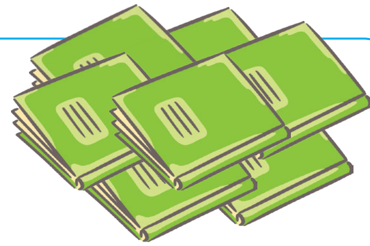
3. Ovidiu a economisit o sumă de bani în timpul vacanței de vară. În septembrie a mai economisit 35 lei, în octombrie 26 și în noiembrie 24 lei. În decembrie a cumpărat cadouri pentru cei din familie: cu 27 lei, o carte pentru mama, 25 lei a costat cadoul pentru tata, iar pentru sora lui a cumpărat o eșarfă, cu 24 lei. Câți lei a economisit în timpul verii, dacă după ce a cumpărat cadourile a rămas cu 82 lei?

4. Un drum trebuia parcurs în 3 etape. În prima etapă s-au parcurs 3 optimi din drum, în a doua etapă 4 optimi, iar în ultima etapă s-au parcurs cu 60 km mai puțin decât în a doua etapă. Află lungimea întregului drum și cât s-a parcurs în fiecare etapă.

5. Metoda falsei ipoteze

Observ. Descopăr. Înțeleg

Mihai a cumpărat 7 caiete, de 48 de file și de 100 de file.
Câte caiete a cumpărat de fiecate fel, dacă în total sunt 492 de file?



Rezolvare:

1) Faci o presupunere (ipoteză).
2) Verifici ipoteza.
3) Dacă ipoteza nu se verifică, descoperi diferența dintre varianta reală și cea apărută în urma presupunerii greșite.
4) Identifici sursa de proveniență a diferenței observate.
5) Împarți diferența observată inițial la diferența care a generat-o.
6) Interpretezi rezultatul.

Metoda 1

1) Presupunem că toate caietele ar avea 48 de file.
2) Atunci 7 caiete ar avea $7 \cdot 48 = 336$ (file). Dar avem 492 de file.
3) $492 - 336 = 156$, deci avem mai mult cu 156 de file.
4) Diferența de file între cele 2 tipuri de caiete este $100 - 48 = 52$.
5) $156 : 52 = 3$.
6) Asta înseamnă că avem 3 caiete de 100 de file și 4 caiete cu 48 de file.

Răspuns: 4 caiete de 48 file; 3 caiete de 100 file.
Verificare: $4 \cdot 48 + 3 \cdot 100 = 192 + 300 = 492$

Metoda 2

1) Presupunem că toate caietele ar avea 100 de file.
2) Atunci 7 caiete ar avea $7 \cdot 100 = 700$ (file). Dar avem 492 de file.
3) $700 - 492 = 208$, deci avem mai puțin cu 208 file.
4) Diferența de file între cele 2 tipuri de caiete este $100 - 48 = 52$.
5) $208 : 52 = 4$.
6) Asta înseamnă că avem 4 caiete de 48 de file și 3 caiete cu 100 de file.

Răspuns: 4 caiete de 48 file; 3 caiete de 100 file.
Verificare: $4 \cdot 48 + 3 \cdot 100 = 192 + 300 = 492$

Lucrez

1. Un fermier a vândut la piaţă 60 kg de mere şi pere şi a încasat 220 de lei. Preţul unui kilogram de mere a fost 3 lei, iar al unui kilogram de pere a fost 5 lei. Câte kilograme de mere şi câte de pere a vândut fermierul?

2. Într-un bloc cu apartamente de 2 şi de 3 camere sunt 20 de apartamente având în total 45 de camere. Câte apartamente sunt de 2 şi câte de 3 camere?

3. La un concurs de matematică, un băiat a rezolvat 40 de probleme şi a obţinut 330 de puncte. Pentru fiecare problemă rezolvată corect a obţinut 10 puncte, iar pentru fiecare problemă greşită a pierdut 4 puncte. Câte probleme a rezolvat corect?

4. Bunica Mariei are vaci şi raţe, având în total 13 capete şi 32 de picioare. Câte vaci şi câte raţe are bunica Mariei?

Gândesc creativ

Un comerciant poate să aşeze 8 cutii mari sau 10 cutii mici într-un container pentru transport. Într-un transport, el a trimis în total 96 de cutii. Dacă transportul a inclus mai multe cutii mari decât cutii mici, câte containere a trimis?

II

Recapitulare

1. O carte are 88 de pagini. Matei citește în prima zi câteva pagini, a doua zi cu 15 mai mult. Dacă i-au rămas de citit 23, câte pagini a citit Matei în fiecare din primele două zile?

2. Maria, Ioana și Cristina au economisit bani pentru o excursie. Ioana a economisit cu 20 lei mai mult decât Maria, iar Cristina de două ori mai mult decât Ioana. Ce sumă are fiecare, dacă împreună au 240 lei?

3. Andrei şi Marian au împreună 28 de timbre. Andrei are cu 4 timbre mai mult decât Marian. Câte timbre are fiecare?

4. Un elev citește o carte de 245 de pagini în 10 zile. Află câte pagini a citit după 5 zile dacă în fiecare zi citește cu o pagină mai mult decât în ziua precedentă.

5. Suma a trei numere naturale este 406. Al doilea număr este de 4 ori mai mare decât primul, iar al treilea cu 1 mai mare decât al doilea. Află numerele.

6. Diferenţa a două numere naturale este 16, iar la împărţirea numărului mai mare la cel mai mic, obţinem câtul 4 şi restul 1. Află numerele.

7. Suma a două numere este 810. Împărţind unul din numere la celălalt se obţine câtul 4 şi restul 5. Află numerele.

8. Un teren dreptunghiular are lungimea cu 2 m mai mare decât lăţimea. Dacă perimetrul său este de 68 m, află dimensiunile terenului.

9. Doi fraţi au împreună 100 lei. Dacă cel mare i-ar da celui mai mic 16 lei, ar avea fiecare aceeaşi sumă. Câţi lei are fiecare?

10. O panglică de 320 cm este tăiată în două bucăţi în aşa fel încât o bucată este de 7 ori mai mare decât cealaltă. Câţi centimetri are fiecare bucată de panglică tăiată?

11. Suma a două numere este 26, iar dacă împărţim unul dintre ele la celălalt obţinem câtul 4 şi restul sfertul câtului. Află numerele.

12. Dintr-o cantitate de 700 kg de cireșe, pentru dulceață s-a folosit o anumită cantitate, pentru compot de două ori și jumătate mai mult, iar cantitatea de cireșe consumate crude a fost cât celelalte două cantități la un loc. Află câte cireșe s-au consumat crude, din câte s-a făcut compot și din câte dulceață.

13. Curtea şcolii are forma unui dreptunghi cu lungimea de două ori mai mare decât lăţimea şi cu perimetrul de 360 m. Află lungimea şi lăţimea curţii şcolii.

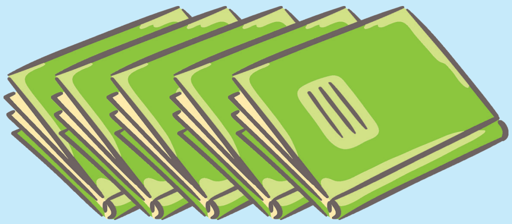
14. Înmulţind un număr cu 45, îl mărim cu 1 188. Află care este numărul.

15. Maria are 54 de ani, iar mama sa are 80 de ani. *Cu câți ani în urmă mama Mariei avea de trei ori vârsta Mariei?*

Evaluare

START

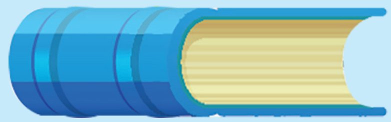
1. Ileana a cumpărat 5 caiete, pentru care a plătit 10 lei. Cât ar fi plătit dacă ar fi cumpărat doar 3 caiete de același fel?



2. Trei pixuri și 2 creioane cântăresc 290 g, iar 2 pixuri și 3 creioane cântăresc 285 g. Cât cântărește un pix? Dar un creion?

3. Mioara, Radu și Ionela au curățat nuci pentru o prăjitură. Numărul nucilor curățate de Mioara este jumătate din cele curățate de Ionela și o treime din cele curățate de Radu. Află câte nuci a curățat fiecare, știind că în total au curățat 180 de nuci.

4. Elena și-a propus să citească o carte în 4 zile. În prima zi a citit o cincime din numărul total de pagini. A doua zi, a citit o pătrime din paginile rămase. A treia zi a citit două treimi din paginile rămase după a doua zi, iar a patra zi a citit cele 24 de pagini rămase. Câte pagini a citit în fiecare din primele 3 zile?



5. Ilie are 59 de mingi, pe care le-a pus în 16 cutii, câte două sau câte cinci. Câte cutii are cu 2 mingi și câte cu 5 mingi?

6. Diferența a două numere este 31. Află numerele știind că împărțind numărul mai mare la cel mai mic obținem câtul 3 și restul 7.

STOP

Numărul exercițiului	1	2	3	4	5	6	oficiu
Punctaj	15 p	15 p	15 p	15 p	15 p	15 p	10 p

Unitatea III

Divizibilitatea numerelor naturale

Pe parcursul acestei unităţi vei exersa:

- Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operaţiilor cu numere naturale şi pentru divizibilitate
- Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăţi referitoare la divizibilitatea numerelor naturale
- Analizarea unor probleme practice care include elemente de divizibilitate

Matematica de lângă noi

Proiect — Tema 3 Povestea numerelor prime

Ce vei face?

- În acest proiect vei face cunoştinţă cu diverse teorii celebre despre numere prime, emise de matematicieni de-a lungul timpului, cum ar fi: Eratostene (matematician grec – cca. 276-195 î.H.); Christian Goldbach (matematician german – 1690-1764); Pafnuti Lvovici Cebîşev (matematician rus – 1821-1894) etc.

Introducere

Numărul prim este un număr natural, mai mare decât unu, care nu poate fi scris ca produs de două numere naturale mai mari decât unu (nu are divizori proprii).

Orice număr natural mai mare decât unu şi care nu este prim se numeşte număr natural compus.

Structura proiectului

Împarte o coală de hârtie A3 în patru părţi egale şi notează aleatoriu cele patru părţi cu literele A; B; C; D. Vei completa cele 4 părţi astfel:

A Câte numere prime există?

Trage o concluzie despre numărul de numere prime după ce ai verificat următoarele afirmaţii:

1) Orice număr natural n>1 are cel puţin un divizor prim.

Verifică afirmaţia cu ajutorul unui tabel în care vei completa cu câte un număr de o cifră, două, trei, patru cifre şi cu un divizor prim corespunzător. Alege numerele astfel încât cei patru divizori din tabel să fie diferiţi.

	O cifră	Două cifre	Trei cifre	Patru cifre
Număr				
Divizor				

2) *Între numerele naturale n şi 2n – 2, cu n număr natural mai mare decât 3, există cel puţin un număr prim.*

Afirmaţia de mai sus a fost emisă de matematicianul Bertrand (postulatul lui Bertrand) şi demonstrată de Cebîşev.

Dă lui *n* valorile de la 4 la 50 şi determină pentru fiecare caz câte un numar prim cuprins între n şi 2n – 2.

B Ciurul lui Eratostene

Vei determina toate numerele prime din şirul de numere naturale consecutive: 2; 3;....; 99; 100.

- Scrie toate numerele din şirul de mai sus.
- Pornind de la 2, taie toate numerele din 2 în 2, cu excepţia lui 2.
- Pornind de la următorul număr netăiat, 3, taie toate numerele din şir din 3 în 3, cu excepţia lui 3.
- Următorul număr netăiat este 5 şi vei proceda la fel ca mai sus: cu excepţia lui 5, taie numerele din 5 în 5.

Continuă până când nu mai ai ce tăia. Numerele rămase sunt prime!

C Regula lui Goldbach

Orice număr par poate fi scris ca sumă a două numere prime. Realizează un tabel ca cel de mai jos şi completează-l corespunzător respectând regula lui Goldbach.

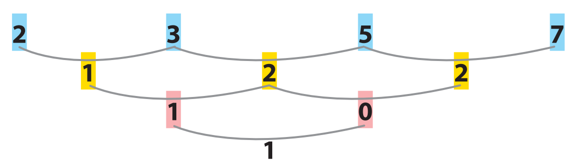
Număr par	30	24	36	42	68	80	100	122	146
Sume de numere prime	19+11 23+7 17+13								

D Triunghiul lui Gilbreath

Realizează un triunghi format din numere astfel:

- Scrie şirul numerelor prime consecutive.
- Dedesubt, pe al doilea rând, scrie şirul diferenţelor consecutive dintre numere prime.
- Pe al treilea rând scrie diferenţele dintre termenii consecutivi din rândul al doilea.

Etc....



Realizează un triunghi asemănător cu primele 15 numere prime şi observă primul număr din fiecare rând.

Hm... oare la ce folosește asta?

*Ori de câte ori părinții tăi achiziționează un produs online folosind un card de credit, **numerele prime** intră în acțiune. Înainte ca datele cardului să fie trimise prin Internet comerciantului, ele trebuie codate pentru motive de securitate. Când comerciantul primește datele, trebuie să le decodeze. Una dintre cele mai comune metode de criptare se bazează pe numere prime. Metoda folosește o informație disponibilă public (un număr foarte mare care este produsul a două numere prime) și o informație pe care o deține doar comerciantul (cele două numere prime). Procedeul este eficient, pentru că este foarte dificil să scrii un număr cu multe cifre ca produs de numere prime.*

Importanța numerelor prime constă în faptul că fiecare număr natural poate fi descompus într-un produs de numere prime. Analiza aceasta este utilă oricând lucrăm cu numere. Să ne gândim la fracții. Transformarea unui număr într-un produs de numere prime îți spune ce factori comuni sunt valabili pentru oricare două fracții. Să luăm exemplul adunării și înmulțirii. Nu e nevoie să înveți să înmulțești, din moment ce poți utiliza adunarea repetată pentru a rezolva orice problemă de înmulțire, corect? Dacă vrei să știi cât face 442 · 6 478, poți să aduni numărul 442 de... 6 478 ori. Sau poți folosi înmulțirea! Ea te ajută doar să economisești timp. Doar atât! Dar asta înseamnă enorm! La fel, numerele prime sunt bune pentru a transforma rapid o situație cu mii de rezultate posibile într-o situație cu doar câteva soluții posibile. Iar asta e foarte important! Când cauți acul în carul cu fân, poți să verifici fiecare pai dacă este ac și apoi să-l pui deoparte. Sau poți să folosești un magnet pentru a găsi acul. În matematică, numerele prime sunt ca un magnet foarte mare. Dacă știi lucruri despre numerele prime și numerele compuse vei economisi foarte mult timp pe viitor atât la orele de matematică, cât și în viața adultă, dacă vei lucra într-un domeniu tehnic.

1. Divizibilitate. Divizor, multiplu

Observ. Descopăr. Înțeleg

Cu ocazia sărbătorilor de iarnă, elevii clasei a V-a A au decis să viziteze o casă de copii.

Pentru pachete cu daruri pentru cei 29 de copii s-au achiziţionat 116 portocale, 148 mere şi 58 banane.

Dacă toate pachetele au acelaşi conţinut:

a) Determină câte portocale şi câte banane trebuie puse în fiecare pachet.

b) Câte mere sunt într-un pachet și câte rămân neîmpărțite?

c) Dacă ar fi fost 4 copii, câte portocale ar fi primit fiecare?

Rezolvare:

a) Căutăm un număr astfel încât: $29 \cdot \mathbf{?} = 116$

Avem: $116 = 29 \cdot 4$. Spunem că:

- 29 **divide** pe 116 (scriem $29 \mid 116$) sau 116 **este divizibil** cu 29 (scriem $116 \,\vdots\, 29$).

Spunem că 29 este **divizor** al lui 116, iar 116 este **multiplu** al lui 29.

În acelaţi mod observăm că $58 = 29 \cdot 2$.

Spunem că:

- 29 **divide** pe 58 (scriem $29 \mid 58$) sau 58 **este divizibil** cu 29 (scriem $58 \,\vdots\, 29$).

Spunem că 29 este **divizor** al lui 58, iar 58 este **multiplu** al lui 29.

Fiecare pachet conține 4 portocale și 2 banane.

b) Deoarece $148 = 29 \cdot 5 + 3$, merele nu pot fi împărțite exact la toți copiii: se pun câte 5 în fiecare pachet și rămân 3 neîmpărțite. Spunem că 29 nu divide pe 148 (scriem $29 \nmid 148$) sau că 148 nu este divizibil cu 29 (scriem $148 \not\vdots\, 29$).

c) Înmulțirea este comutativă $116 = 4 \cdot 29$, deci fiecare copil ar fi primit 29 de portocale.

Putem spune că $4 \mid 116$ sau $116 \,\vdots\, 4$.

Rețin

Fie a și b două numere naturale; spunem că a este divizibil cu b dacă există un număr natural c astfel încât $a = b \cdot c$.

Notăm: $a \,\vdots\, b$ și spunem că „*a* este divizibil cu *b*” sau că „*a* este un multiplu al lui *b*” sau notăm: $b \mid a$ și spunem că „*b* divide *a*” sau că „*b* este un divizor al lui *a*”.

Dacă pentru orice număr natural c avem $a \neq b \cdot c$, atunci spunem că „*a* nu este divizibil cu *b*” sau că „*b* nu divide *a*”. Notăm: $a \not\vdots\, b$, respectiv, $b \nmid a$.

Mai putem spune că „*a* nu este un multiplu al lui *b*” și că „*b* nu este un divizor al lui *a*”.

Fie numerele naturale a și b. Pentru a afla dacă b divide pe a, împărțim pe a la b. Dacă restul este 0, atunci $b \mid a$ (se obține egalitatea $a = b \cdot c + 0$, c număr natural, proba împărțirii numărului a la b). Dacă restul împărțirii lui a la b este diferit de 0, atunci b nu divide pe a.

Aplic

Se pot pune 1 053 de mere în 27 de lăzi astfel încât în fiecare ladă să fie același număr de mere?

Rezolvare: $1\,053 : 27 = 39$

În fiecare ladă vor fi 39 de mere.

Lucrez

1. *Adevărat sau fals?*

a) $7 \mid 49$; b) $363 \vdots 11$
c) $8 \mid 62$ d) $6 \vdots 48$
e) 90 este multiplu al lui 15
f) 12 este divizor al lui 100
g) $552 \vdots 23$

2. Scrie semnul „$\vdots$" sau „$\mid$" între numerele de mai jos astfel încât să obții propoziții adevărate.

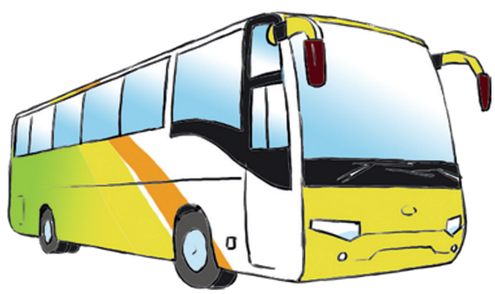
a) 9 și 27 b) 300 și 10
c) 169 și 13 d) 3^2 și 6^2

3. Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate? Justifică răspunsul!

a) $(3^2 + 2^2 \cdot 5) \mid 203$
b) $102 \vdots [3 \cdot (25 : 5 \cdot 4) + 3]$
c) $\overline{abab} \vdots 101$
d) $11 \mid \overline{aaaa}$

4. a) Se pot împărți în mod egal 88 de banane la 4 copii?

b) Se pot așeza în mod egal 240 de elevi în autocare de câte 40 de locuri?



c) Pot fi așezați 960 de elevi ai unei școli, în mod egal, în rânduri de câte 30 de elevi?

5. Explică de ce ...

a) $11 \mid (33a + 44b)$, unde a și b sunt numere naturale;
b) $23 \mid (69a - 46b)$, unde a și b sunt numere naturale, $a > b$;
c) $9 \mid [(17a + 29b) - (8a + 2b)]$, unde a și b sunt numere naturale.

6. Determină valorile literelor în condițiile date.

a) $11 \mid \overline{1x2}$;
b) $\overline{1aa} \vdots 12$

7. Numim număr *interesant* acel număr natural care se divide simultan prin suma și produsul cifrelor sale.

a) Stabilește dacă 36, 135, 126 sunt *interesante*.
b) Dă exemplu de un număr de 2 cifre care este *interesant*.

8. Arată că:

a) $(2^3 \cdot 5^2 - 2^2 \cdot 5) \vdots 9$ b) $7 \mid (3^8 \cdot 5^7 + 3^6 \cdot 5^8)$
* c) $5 \mid (2^{n+1} \cdot 3^n + 2^n \cdot 3^{n+1})$

9. Determină numerele naturale a și b dacă $7a + b = 98$.

10. * Determină cel mai mic și cel mai mare număr natural de trei cifre divizibil cu 3 numere naturale consecutive.

11. Găsește cel mai mic număr natural format numai cu cifra 1 care să fie divizibil cu 7.

12. a) 392 și 290 sunt divizibile cu 17? Dar diferența lor?
b) 278 și 163 sunt divizibile cu 23? Dar diferența lor ?
c) 107 și 89 sunt divizibile cu 6 ? Dar diferența lor?
Dă exemplu de alte două numere naturale nedivizibile cu un număr natural, dar diferența lor să fie divizibilă cu numărul ales. Ce proprietate trebuie să aibă cele două numere?

13. Numim *șir al divizorilor* un șir de numere naturale: $a, b, c, d\ldots$ având proprietatea că a este un divizor al lui b; b este un divizor al lui c; c este un divizor al lui d etc.

a) Stabilește dacă se poate forma un astfel de șir cu numerele: 6; 24; 12; 144; 48.
b) Dă exemplu de un șir al divizorilor având 5 termeni.

Gândesc creativ

Doi tați și doi fii mănâncă ouă la micul dejun. Împreună au mâncat 3 ouă, fiecare persoană câte unul. *Cum e posibil acest lucru?*

2. Divizori comuni

Observ. Descopăr. Înțeleg

În clasa a V-a A sunt 30 de elevi, iar în clasa a V-a B, 24.

a) În câte moduri se pot așeza în rânduri cei 30 de elevi ai fiecărei clase astfel încât să fie cel puțin 3 rânduri și cel puțin 3 copii pe un rând?

b) Câte rânduri trebuie să se formeze la fiecare din cele 2 clase astfel încât să fie același număr de elevi pe un rând?

Rezolvare:

Numărul de rânduri și cel de elevi sunt divizori ai lui 30, respectiv, 24.

Avem: $30 = 1 \cdot 30 \quad 30 = 2 \cdot 15 \quad 30 = 3 \cdot 10 \quad 30 = 5 \cdot 6$

$24 = 1 \cdot 24 \quad 24 = 2 \cdot 12 \quad 24 = 3 \cdot 8 \quad 24 = 4 \cdot 6$

Numerele 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 sunt divizorii numărului 30, iar 1, 2, 3, 4, 6, 12, 24 sunt divizorii lui 24.

a) Avem 4 moduri de așezare în rânduri, atât la a V-a A, cât și la a V-a B.

Nr. rânduri	a V-a **A**	3	5	6	10	a V-a **B**	3	4	6	8
Nr. elevi/rând		10	6	5	3		8	6	4	3

b) Din tabel se observă cele două situații în care se verifică cerința.

Rețin

Dacă $a = b \cdot c$, atunci b și c sunt ***divizori*** ai lui a. Putem exprima acest lucru astfel:

- $b \mid a$ • b este divizor al lui a • restul împărțirii lui a la b este 0
- $c \mid a$ • c este divizor al lui a • restul împărțirii lui a la c este 0

Pentru orice număr natural a avem:

- $1 \mid a$ 1 este divizorul oricărui număr natural.
- $a \mid a$ Orice număr natural are ca divizor pe el însuși.

Numim ***divizori proprii*** ai unui număr natural toți divizorii diferiți de 1 și de el însuși. Divizorii 1 și el însuși se numesc ***divizori improprii***.

Lucrez

1. Determină divizorii numerelor: 26; 18; 100; 24.

2. a) Compară suma divizorilor lui 12 cu suma divizorilor lui 15;

b) Compară numărul divizorilor lui 28 cu numărul divizorilor lui 77.

3. Fiecare dintre elevii cu diplomă de merit a primit ca premiu același număr de caiete și același număr de cărți. Dacă în total au fost oferite 18 caiete și 12 cărți, determină numărul elevilor premiați.

4. Părinții împart în mod egal copiilor 20 de nuci, 16 mere, 12 banane. Câți copii sunt în familie?

5. Determină cel mai mare număr de pachete identice cere se pot face cu 48 de portocale și 32 de batoane de ciocolată.

6. Dacă a, b, c sunt numere naturale astfel încât
* $a \mid b$ și $a \mid c$, atunci arată că:

a) $a \mid (b + c)$ b) $a \mid (b - c)$

7. Numim număr *perfect* acel număr care este egal cu suma divizorilor săi, din care se elimină însuși numărul.

Exemplu:

$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248$

a) Verifică dacă 28 este număr *perfect*.

b) Găsește numărul *perfect* de o cifră.

8. Două numere se numesc *prietene* dacă fiecare număr este egal cu suma divizorilor celuilalt număr, excluzând numărul însuși. Verifică dacă 220 și 284 sunt numere *prietene*.

9. Determină numerele naturale b dacă:

a) $b \mid 10$ b) $(b + 3) \mid 12$ * c) $b \mid (b + 4)$

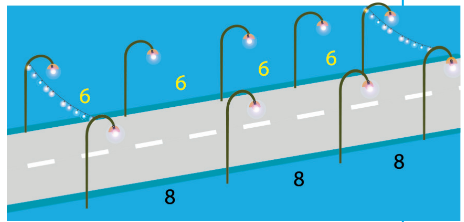
10. Elimină intrusul, dacă numerele sunt divizori ai lui 360.

6 10 3 5 16 20

3. Multipli comuni

Observ. Descopăr. Înțeleg

Pe partea dreaptă a străzii principale dintr-o localitate se află stâlpi situați la o distanță de 60 dm unul de altul. Pe partea stângă, distanța dintre stâlpi este de 80 dm (primii stâlpi de pe fiecare parte se află față în față). Primăria vrea să monteze ghirlande luminoase de sărbători. Care este distanța minimă dintre două ghirlande, dacă ele pot fi montate doar acolo unde stâlpii se află față în față?



Rezolvare:

Partea dreaptă

Nr. stâlpului	Distanța față de primul stâlp
1	0 dm
2	60 dm
3	120 dm
4	180 dm
5	240 dm
6	300 dm

Partea stângă

Nr. stâlpului	Distanța față de primul stâlp
1	0 dm
2	80 dm
3	160 dm
4	240 dm
5	320 dm
6	400 dm

Numărul căutat este un multiplu comun al numerelor 60 și 80. *Multiplii lui 60* sunt: $60 \cdot 0$, $60 \cdot 1$, $60 \cdot 2$, $60 \cdot 3$, $60 \cdot 4$, $60 \cdot 5$, ... *Multiplii lui 80* sunt: $80 \cdot 0$, $80 \cdot 1$, $80 \cdot 2$, $80 \cdot 3$, $80 \cdot 4$, $80 \cdot 5$, ...

Al cincilea stâlp pe partea dreaptă și al patrulea de pe partea stângă se află la distanța de 240 dm (24 m) față de primul stâlp, ceea ce înseamnă că sunt față în față. Distanța minimă dintre două ghirlande este de 240 dm.

Rețin

Dacă a, b și c sunt numere naturale astfel încât $a = b \cdot c$, atunci a este ***multiplu*** al lui b, dar și al lui c.

Putem exprima acest lucru astfel:

- $b \mid a$ • a este multiplu al lui b • restul împărțirii lui a la b este 0
- $c \mid a$ • a este multiplu al lui c • restul împărțirii lui a la c este 0

Pentru orice număr natural $a \neq 0$ avem:

- $a \mid 0$ — 0 este multiplul oricărui număr natural.
- $a \mid a$ — Orice număr natural are ca multiplu pe el însuși.

Orice multiplu al unui număr natural a are forma $n \cdot a$, cu n număr natural.

Lucrez

1. Cosmin vrea să calculeze produsul primilor 120 de multipli ai numărului 7. Va reuși? Justifică.

2. Determină suma primilor 5 multipli ai lui 10.

3. Elimină intrusul:

7	0	14	42	3	28

4. Determină numărul de participanți la o excursie, știind că este cel mai mic număr natural nenul divizibil cu 4 și cu 9.

5. a) Arată că 1 001 este multiplu de 7, de 11, de 13.
b) Arată că 123 123 este multiplu de 7, de 11, de 13.

6. Dacă a, b, c sunt cifre nenule, arată că
* $D = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ este multiplu de 111.

7. Câți multipli de trei cifre are 23?

8. Care este cel mai mic număr nenul de cutii de pantofi care se pot așeza pe rafturile unui magazin în grupe de 14 sau 21?

9. Găsește:
a) cel mai mic multiplu de 3 cifre al lui 17.
b) cel mai mare multiplu de 2 cifre al lui 8.

10. Câți multipli de 31 există în imaginea de mai jos?

321	124	217	204	301
149	279	341	93	257

11. Ce numere au ca multiplu pe $5 \cdot 7 \cdot 13$?

4. Criterii de divizibilitate cu 2, 5 și 10^n

Observ. Descopăr. Înțeleg

Livia și Ionuț vor să cumpere împreună un aparat foto, care costă 300 lei. Livia are numai bancnote de 5 lei, iar Ionuț numai bancnote de 10 lei. De câte bancnote are nevoie fiecare dintre ei pentru cumpărarea aparatului foto, dacă împart costul în mod egal?

Dacă se hotărăsc să cumpere și un card de memorie la prețul de 55 lei, pot plăti împreună cu aceeași sumă, număr natural, de lei? Dar unul dintre cei doi îl poate achiziționa plătind exact (fără rest) cu bancnotele sale?

Rezolvare:

Pentru a vedea dacă cei doi pot contribui cu aceeași sumă de bani pentru achiziționarea celor două produse trebuie verificat dacă prețurile pot fi împărțite în două părți egale:

Pentru aparatul foto: $300 = 2 \cdot 150$, deci $2 \mid 300$, așadar cei doi vor plăti fiecare câte 150 lei.

Pentru cardul de memorie: $55 = 2 \cdot 27 + 1$, deci $2 \nmid 55$, așadar cei doi nu pot plăti în mod egal pentru achiziționarea cardului.

- Pentru *aparatul foto:* fiecare copil are de plătit 150 lei.

Livia cu bancnote de 5 lei.

$150 = 5 \cdot 30$, deci are nevoie de 30 de bancnote de 5 lei.

Ionuț cu bancnote de 10 lei.

$150 = 10 \cdot 15$, deci are nevoie de 15 bancnote de 10 lei.

- Pentru *cardul de memorie*

Livia. $55 = 5 \cdot 11$, așadar $5 \mid 55$, deci poate plăti singură cu 11 bancnote de 5 lei.

Ionuț. $55 = 10 \cdot 5 + 5$, deci $10 \nmid 55$, așadar nu poate plăti cu bancnote de 10 lei.

Să încercăm să găsim o metodă rapidă pentru a determina dacă un număr este sau nu divizibil cu 2 sau cu 5, fără a efectua împărțirea.

Să observăm **multiplii lui 2**: 0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28; 30; …

Numerele 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, ... nu sunt multipli ai lui 2, deci nu sunt divizibile cu 2.

Rețin

Un număr natural este divizibil cu 2 dacă ultima sa cifră este 0, 2, 4, 6 sau 8.
Dacă ultima cifră a unui număr natural este 1, 3, 5, 7 sau 9, atunci numărul nu este divizibil cu 2.

Să observăm **multiplii lui 5**: 0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; …

Numerele 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 26, 27,28, 29, 31, ... nu sunt multipli ai lui 5, deci nu sunt divizibile cu 5.

Rețin

Un număr natural este divizibil cu 5 dacă ultima sa cifră este 0 sau 5.
Dacă ultima cifră a unui număr natural nu este nici 0, nici 5, atunci numărul nu este divizibil cu 5.

Să observăm **multiplii lui 10**: 0; 10; 20; 30; 40; 50; …

Rețin

Un număr natural este divizibil cu 10 dacă ultima sa cifră este 0.
Dacă ultima cifră a unui număr natural nu este 0, atunci numărul nu este divizibil cu 10.

Observ. Descopăr. Înțeleg

Fie numerele:

$3\,4\mathbf{00} = 34 \cdot 1\mathbf{00}$, deci $3\,400 \vdots 100$

$25\,\mathbf{000} = 25 \cdot 1\,\mathbf{000}$, deci $25\,000 \vdots 1000$

...

$7\,6\underbrace{00 \ldots 0}_{n \text{ zerouri}} = 76 \cdot 10^n$, deci $7\,6\underbrace{00 \ldots 0}_{n \text{ zerouri}} \vdots 10^n$

$547 = 5 \cdot 100 + 47$,
deci $547 \not\vdots\, 100$

$32\,570 = 32 \cdot 1\,000 + 570$,
deci $32\,570 \not\vdots\, 1\,000$

Un număr care este divizibil cu 2 este un număr par.
Un număr care nu este divizibil cu 2 este un număr impar.

Rețin

Un număr natural este divizibil cu 10^2, 10^3, ..., 10^n dacă ultimele sale cifre sunt, respectiv, 2 zerouri, 3 zerouri, ..., n zerouri.

Lucrez

1. Din șirul: 347; 3 250; 628; 3 200; 25; 37 000; 1 437; 46; 17 300; 1 125; 167 000, extrageți:
a) numerele divizibile cu 2;
b) numerele divizibile cu 5;
c) numerele divizibile cu 10;
d) numerele divizibile cu 100;
e) numerele divizibile cu 1 000.

2. Arată că:
a) $2 \mid (161 + 325)$
b) $100 \mid 7(6^2 + 8^2)$
c) $5 \mid (3^2 + 4^2)$
d) $10 \mid (17^2 + 1)$

3. Determină numerele de forma $\overline{32a}$ divizibile cu: a) 2; b) 5; c) 10.

4. Află câte numere de forma $\overline{3b5a}$ sunt divizibile cu: a) 2; b) 5; c) 10.

* **5.** Stabilește dacă $(3^{24} - 2^{24}) \vdots 5$.

6. Determină numărul de numere pare cuprinse între 17 și 98.

* **7.** Arată că pentru orice număr natural n produsul $(n + 3)(n + 6)$ este divizibil cu 2.

* **8.** Fie $P = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.
Determină valorile numărului natural n astfel încât $P \vdots 100$, dar $P \not\vdots\, 1\,000$.

9. Se pot împărți 125 de nuci la 5 copii? Dar la 10?

10. Scrie:
a) trei multipli ai lui 5 mai mari decât 120;
b) două pătrate perfecte divizibile cu 100;
c) un pătrat perfect număr par cuprins între 222 și 260.

11. Scrie numerele de forma $\overline{a2bb}$ divizibile cu:
a) 2; b) 5; c) 10.

12. Dă exemplu de trei multipli de 19, numere impare.

13. Determină toate numerele naturale de 4 cifre divizibile cu 1 000.

14. Determină numerele de forma $\overline{3ab}$ care sunt divizibile cu 10, dar nu și cu 100.

15. Câți multipli de 5 sunt între 98 și 198?

* **16.** Arată că numărul $N = 2^{104} \cdot 3^{102} + 2^{100} \cdot 3^{104}$ este divizibil cu: a) 5; b) 10; c) 100.

17. Se poate plăti suma de 143 000 numai cu bancnote de 100 lei?

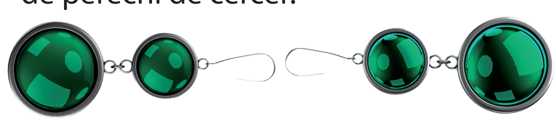
18. Poți stabili, fără să calculezi, dacă numărul $a = 133 + 589 + 2\,227 + 981$ este divizibil cu 10?

19. Găsește cel mai mare număr natural mai mic decât 999 care să fie divizibil cu 2 și cu 5.

20. *Par sau impar?*
a) 237 este număr ...
b) Suma numerelor 235 și 267 este număr ... .
c) Suma a două numere impare este număr ... .
d) Produsul numerelor 14 și 133 este număr ... .
e) Produsul a două numere impare este număr ... .
f) Produsul dintre un număr par și unul impar este număr ... .

21. Stabilește dacă 4 972 kg de făină pot fi depozitate în saci de 5 kg!

22. La un atelier s-au fabricat 197 de cercei de același fel. Se pot forma un număr natural de perechi de cercei?



III

5. Criterii de divizibilitate cu 3 și cu 9

Observ. Descopăr. Înțeleg

Într-un joc, copiii numără de la 10 la 110 și bat o dată din palme de câte ori se rostește un multiplu de 3 și de două ori dacă se rostește un multiplu de 9. Câte bătăi din palme au avut loc?

Rezolvare:

Multiplii lui 3 cuprinși între 10 și 110 sunt: $3 \cdot \mathbf{4}$, $3 \cdot \mathbf{5}$, $3 \cdot \mathbf{6}$, ... , $3 \cdot \mathbf{36}$, deci sunt 33 de multipli.
Multiplii lui 9 cuprinși între 10 și 110 sunt:
$9 \cdot \mathbf{2}$, $9 \cdot \mathbf{3}$, $9 \cdot \mathbf{4}$, ... , $9 \cdot \mathbf{12}$, deci sunt 11 multipli.
Observăm că 9 este multiplu al lui 3, deci orice multiplu al lui 9 este și multiplu al lui 3.
De două ori se bate din palme la numerele: 18; 27; 36; ... 108 (multiplii lui 9).
O dată se bate din palme la numerele: 12, 15,18; 21, 24, …105 (multiplii lui 3 fără cei ai lui 9).
Avem:

	O dată	De două ori	Total
Bătăi din palme	$33 - 11 = 22$	11	$22 + 11 \cdot 2 = 44$

Dacă privim multiplii lui 3 și calculăm suma cifrelor, se observă că rezultatul este, de asemenea, multiplu de 3:

$12 \vdots 3$ și $1 + 2 = 3$, iar $3 \vdots 3$
$15 \vdots 3$ și $1 + 5 = 6$, iar $6 \vdots 3$
$18 \vdots 3$ și $1 + 8 = 3$, iar $9 \vdots 3$
....
$99 \vdots 3$ și $9 + 9 = 18$, iar $18 \vdots 3$
$108 \vdots 3$ și $1 + 0 + 8 = 9$, iar $9 \vdots 3$

Dacă luăm la întâmplare un număr nedivizibil cu 3, se observă că suma cifrelor nu mai este divizibilă cu 3.

$13 \not\vdots 3$ și $1 + 3 = 4$, iar $4 \not\vdots 3$
$107 \not\vdots 3$ și $1 + 0 + 7 = 8$, iar $8 \not\vdots 3$

Dacă privim multiplii lui 9 și calculăm suma cifrelor, se observă că rezultatul este, de asemenea, multiplu de 9:

$18 \vdots 9$ și $1 + 8 = 9$, iar $9 \vdots 9$
$27 \vdots 9$ și $2 + 7 = 9$, iar $9 \vdots 9$
$36 \vdots 9$ și $3 + 6 = 9$, iar $9 \vdots 9$
....
$99 \vdots 9$ și $9 + 9 = 18$, iar $18 \vdots 9$
$108 \vdots 9$ și $1 + 0 + 8 = 9$, iar $9 \vdots 9$

Dacă luăm la întâmplare un număr nedivizibil cu 9 se observă că suma cifrelor nu mai este divizibilă cu 9.

$37 \not\vdots 9$ și $3 + 7 = 10$, iar $10 \not\vdots 9$
$100 \not\vdots 9$ și $1 + 0 + 0 = 1$, iar $1 \not\vdots 3$

Rețin

Un număr este divizibil cu 3 dacă suma cifrelor sale se divide cu 3.
Un număr este divizibil cu 9 dacă suma cifrelor sale se divide cu 9.

Aplic

Fie numărul natural $\overline{abcd}$ care îndeplinește condiția $(a+b+c+d)\,\vdots\,3$.
Să verificăm dacă este divizibil cu 3.

Avem: $\overline{abcd} = 1\,000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d = 999 \cdot a + a + 99 \cdot b + b + 9 \cdot c + c + d =$
$= 999 \cdot a + 99 \cdot b + 9 \cdot c + a + b + c + d =$
$= 3 \cdot (333 \cdot a + 33 \cdot b + 3 \cdot c) + a + b + c + d$

Dar $(a+b+c+d)\,\vdots\,3$, ceea ce înseamnă că există un număr natural x astfel încât $a+b+c+d = 3 \cdot x$.

Atunci $\overline{abcd} = 3 \cdot (333 \cdot a + 33 \cdot b + 3 \cdot c) + 3 \cdot x =$
$= 3 \cdot (333 \cdot a + 33 \cdot b + 3 \cdot c + x)$, deci $\overline{abcd}\,\vdots\,3$.

Încearcă să arăți în același mod că numărul $\overline{abcd}\,\vdots\,9$ dacă îndeplinește condiția $(a+b+c+d)\,\vdots\,9$.

Exemple:

a) $3\,564\,\vdots\,9$?
Efectuăm împărțirea:
$3\,564 : 9 = 396$
$3\,564 = 9 \cdot 396$,
deci $3\,564\,\vdots\,9$.
sau
Efectuăm suma cifrelor:
$3 + 5 + 6 + 4 = 18$,
iar $18\,\vdots\,9$.

b) $12\,582\,\vdots\,3$
Efectuăm împărțirea:
$12\,582 : 3 = 4\,194$
$12\,582 = 3 \cdot 4\,194$,
deci $12\,582\,\vdots\,3$.
sau
Efectuăm suma cifrelor:
$1 + 2 + 5 + 8 + 2 = 18$,
iar $18\,\vdots\,3$.

Lucrez

1. Care dintre numerele următoare sunt divizibile cu 3? Dar cu 9?

1 457	1 632	405	231	6 148	34 830

2. *Adevărat sau fals?*
a) $3 \mid (14 + 3)$
b) Putem forma cu 126 de elevi grupe de câte 9 elevi.
c) Se pot pune 274 de mere în 3 lăzi astfel încât fiecare ladă să aibă același număr de mere?

3. Determină numerele de forma:
a) $\overline{3a5}$ divizibile cu 3;
b) $\overline{752a}$ divizibile cu 9.

4. Arată că următoarele numere sunt divizibile cu 3 oricare ar fi a, b cifre nenule.
a) $\overline{aaa}$; b) $\overline{ababab}$; c) $\overline{bbbaaa}$.

5. * Determină toate numerele de 3 cifre, care au proprietățile: sunt divizibile cu 3 și au cifra unităților de patru ori mai mare decât cifra zecilor.

6. Elimină intrusul:

1 611	4 524	618	123	3 012	51 124

7. Aruncăm trei zaruri și formăm numerele de trei cifre conform numărului de puncte de pe fețele superioare. Dintre numerele care se pot forma astfel, determină care este:
a) cel mai mic număr divizibil cu 3;
b) cel mai mare număr divizibil cu 3;
c) cel mai mic număr divizibil cu 9;
d) cel mai mare număr divizibil cu 9.

8. Maria, Ioana și Cornel au aceeași dată de naștere. Pot avea împreună 156 de ani?

9. Va reuși Raluca să împartă 27 de baloane galbene, 81 de steaguri și 36 de eșarfe în mod egal cu cele două prietene?

10. Determină numărul multiplilor lui 3 cuprinși între 100 și 200.

11. Câte numere de 3 cifre sunt divizibile cu 9?

12. Arată că pentru orice număr natural n:
* a) $(10^n + 2)\,\vdots\,3$; b) $(10^{n+1} - 1)\,\vdots\,9$.

13. a) Scrie numărul 51 ca sumă de 3 numere naturale divizibile cu 3.
b) Scrie numărul 63 ca sumă de 3 numere naturale divizibile cu 9.

6. Numere prime. Numere compuse

Observ. Descopăr. Înțeleg

Produsul vârstelor a doi frați este 143. Determină vârstele celor doi.

Putem determina vârstele lor dacă produsul este 24?

Rezolvare:

În prima situație: $143 = 13 \cdot 11$ sau $143 = 143 \cdot 1$.

Se observă că a doua variantă este imposibilă – rămâne că vârstele celor doi frați sunt 13, respectiv, 11 ani. Pentru produsul 24 avem variantele:

$24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$.

Avem mai multe posibilități, așadar nu putem ști sigur ce vârste au cei doi frați.

Explicație: 13 și 11 nu au divizori proprii (diferiți de 1 și de el însuși).

13 și 11 se numesc numere *prime*.

În schimb, $4 = 2 \cdot 2$, $6 = 2 \cdot 3$, $8 = 2 \cdot 4$, $12 = 2 \cdot 6$ sunt numere având și alți divizori proprii. Numerele 4, 6, 8, 12 se numesc numere *compuse*.

Rețin

Dacă *n* este număr natural mai mare decât 1, atunci *n* este număr prim dacă singurii săi divizori sunt 1 și el însuși.

Dacă *n* nu este număr prim, atunci este număr compus.

Atenție! 0 și 1 nu sunt nici numere prime, nici numere compuse.

- 0, 1 și numerele compuse intră în categoria numere *neprime*.
- Putem spune că un număr este prim dacă nu are divizori proprii. Dacă un număr are divizori proprii, atunci el nu este prim.

Aplic

1. *Care sunt numerele prime mai mici decât un număr dat?*

Numerele prime mai mici decât 40. Cel mai mic număr prim este 2, deoarece nu are ca divizori decât pe 1 și pe el însuși. Orice număr care este divizibil cu 2 nu este număr prim. Deci orice număr par, în afară de 2, nu este număr prim. 3 este și el număr prim, deoarece nu are divizori proprii.

Următoarele numere prime sunt 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37.

2. *Cum verificăm dacă un număr este prim sau nu?*

Este prim numărul 293? Pentru a răspunde la întrebare vom căuta să găsim un divizor propriu, cu ajutorul criteriilor de divizibilitate și al împărțirii.

Ultima cifră a lui 293 este 3, deci $2 \nmid 293$ și $5 \nmid 293$.

Suma cifrelor este $2 + 9 + 3 = 14$, iar 14 nu este divizibil cu 3.

Verificăm dacă 293 are sau nu divizori numere prime mai mici decât 293 și fără criteriu.

293 : 7 = 41	293 : 11 = 26	293 : 13 = 22	293 : 17 = 17	293 : 19 = 15
28	22	26	17	19
13	73	33	123	103
7	66	26	119	95
6	7	7	==4	=8

Se observă câtul mai mic decât împărțitorul, deci următoarele câturi vor fi tot mai mici, ajungem la variantele încercate. Așadar nu are divizori numere prime, dar nu va avea ca divizori nici multipli ai acestora. Deci 293 este număr prim.

Concluzie: Pentru a vedea dacă un număr este prim vom căuta divizori ai săi până la divizorii celui mai mare pătrat perfect mai mic decât el. Dacă nu găsim un astfel de divizor, numărul dat este prim.

Lucrez

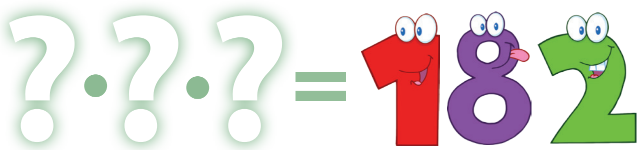
1. Dă exemplu de un număr prim și un număr compus având:
a) o cifră;
b) două cifre;
c) trei cifre.

2. Împarte numerele următoare în două grupe: numere prime și numere compuse:

54 13 23 39 26

97 131 214 3411 2197

3. *Salvatorul „2”!*
2 este singurul număr prim par.
a) Suma a două numere prime este 99. Află cele două numere.
b) Determină numerele prime a și b din relația $3a + 2b = 20$.
c) Află trei numere prime al căror produs este 182.

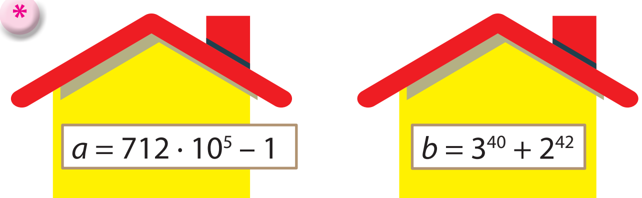


4. Află numerele prime $\overline{ab}$ dacă $7 \mid \overline{ba}$.

5. Determină toate numerele compuse de forma $\overline{7x}$.

6. Verifică dacă sunt prime numerele:

*



7. Un număr este *interesant* dacă poate fi scris ca sumă de trei numere prime:
a) Stabilește dacă 101 este *interesant*.
b) Dă exemplu de 3 numere *interesante*.

8. Determină numărul natural n astfel încât
* $n^2 + 12n$ să fie prim.

9. Două numere prime se numesc *gemene* dacă ele sunt numere impare consecutive.
a) Verifică dacă 41 și 43 sunt *gemene*.
b) Dă exemplu de alte 2 perechi de numere *gemene*.

10. Există 6 numere consecutive, toate compuse? Da! De exemplu: numerele $a + 2, a + 3, a + 4, a + 5, a + 6, a + 7$, unde $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$.
a) Verifică dacă numerele de mai sus sunt compuse.
* b) Scrie 14 numere consecutive compuse.

11. *Numere prime în oglindă* sunt numere prime cu proprietatea că răsturnatele lor sunt tot prime.
a) Stabilește dacă 107 verifică condițiile de mai sus.
b) Dă câte un exemplu de numere *în oglindă* având 2, respectiv, 3 cifre.

12. Scrie toate numerele prime din trei cifre distincte care se pot forma cu cifrele următoare 2, 5, 7.

Gândesc creativ

Această problemă poate fi rezolvată doar de un om, niciodată de un computer! Ce vârstă au trei surori, dacă înmulțind vârstele lor obținem 36, adunându-le obținem 13, iar sora mai mare este blondă?

III Recapitulare

1. Din șirul de numere 35, 26, 11, 124, 30, 17, 160; 135; 126, extrage numerele divizibile cu:
a) 5 b) 2 c) 3 d) 9 e) 10,
explicând alegerea făcută.

2. Determină suma numerelor de forma $\overline{2x}$ divizibile cu 5.

3. Stabilește dacă:
a) $23 \mid 391$; b) $316 \vdots 4$;
c) $17 \mid 275$; d) $3675 \vdots 25$.

4. Stabilește dacă următoarele numere sunt prime: 12; 131; 207; 79; 45; 47.

5. Găsește două numere prime a căror sumă este 103.

6. Scrie multiplii lui 23 de două cifre.

7. Determină numerele prime de două cifre pentru care suma cifrelor este 7.

8. Determină numerele de forma $\overline{abc}$ divizibile cu 325.

9. Stabilește dacă numărul:
$2\,007 \cdot 2\,017 \cdot 2\,027 - 2\,027 \cdot 2\,017 \cdot 2\,007$
este divizibil cu toate numerele naturale nenule.

10. Două numere se numesc *prietene* dacă au același număr de divizori. Stabilește dacă 12 și 45 sunt *prietene*.

11. Determină cel mai mare multiplu de trei cifre al numărului 13.

12. Scrie toate numerele de trei cifre divizibile cu 10 la care cifra zecilor este impară și cifra sutelor este divizibilă cu 7.

13. * Determină numerele naturale x și y având proprietatea $(x+1)\cdot(y+2) \mid 6$.

14. Află numerele naturale a și b dacă verifică relația $14a + 15b = 280$.

15. Calculează suma divizorilor naturali ai numărului 20.

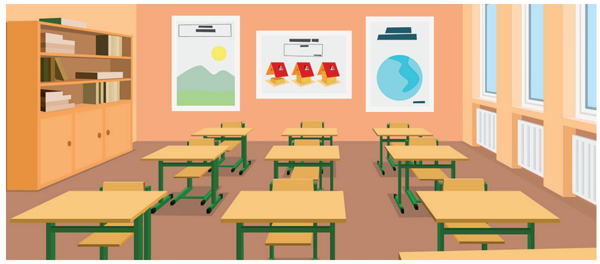
16. Află numărul de forma $\overline{3xx}$ divizibil cu 10.

17. Determină valoarea lui a dacă $6 \mid \overline{aaa}$.

18. Află numerele prime a, b, c astfel ca $3a + 3b + 4c = 33$.

19. Determină divizorii numărului: $5 \cdot 2^{10}$.

20. Numărul de elevi dintr-o clasă poate varia între 14 și 34. Câți elevi pot fi în clasa a V-a A dacă pot fi așezați câte trei în bănci?



21. Dacă împărțim numărul 1 157 la x obținem câtul y și restul 2. Determină numerele x și y știind că x este format din cifre identice.

22. Într-o urnă sunt 100 de bile numerotate de la 1 la 100. Câte bile trebuie extrase pentru a fi sigur că cel puțin un număr din cele extrase este divizibil cu 3?

23. Numărul natural n are numai doi divizori d_1 și d_2 numere naturale. Dacă $d_1 + d_2 = 24$, determină valoarea numărului n.

24. Scrie numărul 66 ca sumă de numere naturale astfel ca produsul acestor numere să fie tot 66.

25. Arată că numerele:
$a = 1^{2\,017} + 2^{2\,017} + \ldots + 2\,016^{2\,017}$ și
$b = 1^{2\,016} + 2^{2\,016} + \ldots + 2\,016^{2\,016}$
sunt pare.

26. Fie a, b, c trei numere naturale. Dacă împărțim pe a la b obținem câtul 4 și restul 5, iar dacă-l împărțim pe c la b obținem câtul 5 și restul 4. Arată că 9 divide pe $a + c$.

27. * Se consideră numerele:
$101 + 1; 101 + 2; 101 + 3; \ldots; 101 + 10\,100$.
Determină câte numere din acest șir sunt divizibile cu 101.

28. Fie numărul
$N = 9 + 9^2 + 9^3 + 9^4 + 9^5 + \ldots + 9^{2\,016}$.
a) Arată că N este un număr par.
b) Este N divizibil cu 10? Justifică!

29. * Determină cel mai mic pătrat perfect divizibil cu toate numerele pare cuprinse între 2 și 12.

30. Stabilește dacă numărul $a = 3^{25} + 2^{25}$ este multiplu al lui 5.

31. * Arată că $(A - B) \vdots 71$,
unde $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 61 \cdot 62 \cdot 63$
$B = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 60 \cdot 61$

START

1. Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $7 \mid 49$ b) $56 \vdots 7$ c) $0 \mid 1$ d) $7 \mid 48$ e) $11 \mid 2\,222$

2. Calculează suma numerelor divizibile cu 3 din șirul 29; 123; 27; 104; 1 002.

3. Care dintre numerele 108 și 200 are mai mulți divizori? Explică alegerea făcută.

4. Scrie toate numerele prime cuprinse între 6 și 24.

5. Verifică dacă $(\overline{a0b} + \overline{b0a}) \vdots 101$.

6. Fie $S = 6 + 6^2 + 6^3 + ... + 6^{2016}$

a) Verifică dacă $(6 + 6^2) \vdots 7$.

b) Arată că $S \vdots 7$.

7. Stabilește dacă 3^8 este un multiplu al lui 9^6.

8. Determină suma multiplilor lui 2 cuprinși între 5^2 și 5^3.

9. Fie $x = 14 \cdot 10^n + 337$. Arată că $9 \mid x$ pentru orice număr natural n.

10. Arată că suma tuturor numerelor naturale care se pot forma cu cifrele a, b, c, diferite între ele, este divizibilă cu $a + b + c$.

STOP

Numărul exercițiului	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	oficiu
Punctaj	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	5 p	5 p	10 p

Unitatea IV

Fracții ordinare

Pe parcursul acestei unități vei exersa:
- Identificarea fracţiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
- Efectuarea de calcule cu fracţii ordinare folosind proprietăţi ale operaţiilor aritmetice
- Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operaţiilor cu fracţii ordinare
- Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăţi referitoare la comparări, aproximări, estimări şi ale operaţiilor cu fracţii
- Utilizarea limbajului specific fracţiilor / procentelor în situaţii date
- Analizarea unor situaţii date în care intervin fracţii pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- Reprezentarea matematică a unei situaţii date, provenite din practică, în context intra şi interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

Matematica de lângă noi

clic

Proiect — Tema 4 Matematica și Muzica

Introducere

În urmă cu mai mult de 2 500 de ani, Pitagora a constatat că sunetul (muzical sau vorbit) este rezultatul vibrațiilor regulate ale corpurilor, în principal ale celor elastice.

Pitagora a constatat că atunci când două coarde de lungimi diferite, una fiind de două ori mai lungă decât cealaltă, vibrează împreună, se aud două sunete. Sunetul cel mai înalt, produs de coarda scurtă, este în octavă față de sunetul cel mai jos, produs de coarda dublă. Studiind și instrumente cu mai mute coarde, Pitagora și adepții săi au pus bazele teoriei muzicale, creând gama și o parte dintre intervalele muzicale.

Ascultarea muzicii preferate duce la îmbunătăţirea abilităţilor matematice, la fel cum stăpânirea unor noţiuni elementare de matematică ajută la înţelegerea teoriei muzicale.

Structura proiectului

1 Precizarea înțelesului cuvântului *muzică* (vezi dicționar).

2 Originea cuvântului „muzica" este în limba latină *musica,* sau greaca veche, *mousike,* care însemna „arta muzelor".

3 Din cunoștințele pe care le-ai dobândit la orele de muzică, exprimă relațiile matematice între nota întreagă și celelalte durate pe care le-ai învățat.

4 Tempoul și măsura

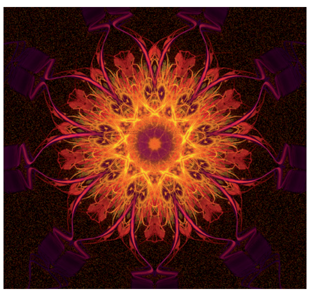
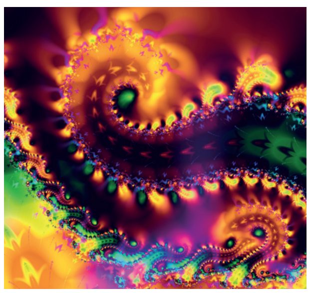
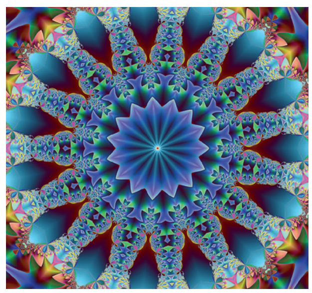
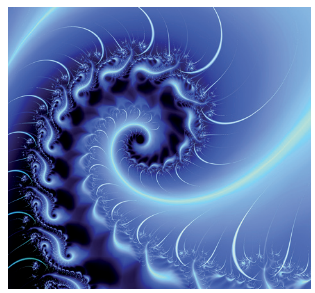
5 Portativul

6 Gamele

7 Informează-te pe internet despre legătura matematicii cu muzica. (căutare: matematica și muzica)

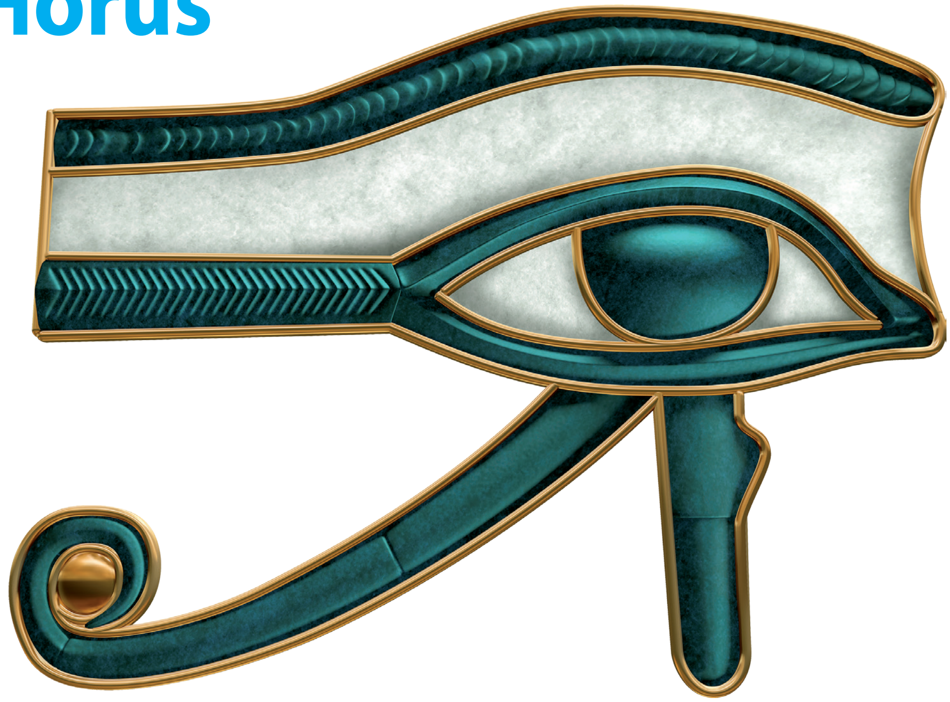
8 Matematicianul român Dan Tudor Vuza a elaborat noi teorii ale structurilor ritmice. Informează-te despre asta! (căutare: *Dan Tudor Vuza*)

9 Fă o prezentare a informațiilor obținute, pe 2-3 foi albe, format A4.

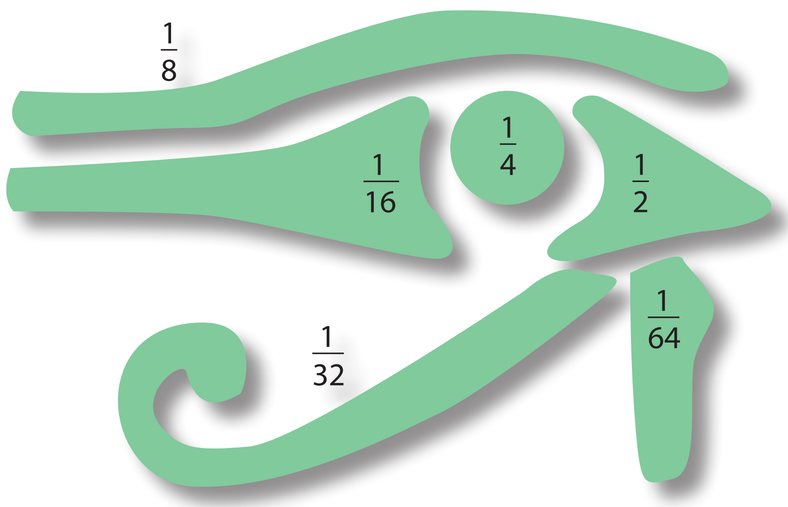





Ochiul lui Horus

O parte dintre legendele vechi egiptene spun că Osiris a fost primul rege al Egiptului. Era iubit de popor și se bucura de protecția zeului Toth. Invidios, fratele său, Seth, l-a ucis. Pentru a-și răzbuna tatăl, Horus, fiul lui Osiris, l-a înfruntat pe unchiul său. În timpul luptei, Seth i-a scos un ochi, l-a tăiat în bucăți și l-a aruncat în Nil. Zeul Toth a aruncat un năvod și a recuperat ochiul, cu excepția unei bucăți. Prin puterile sale miraculoase, Toth a înlocuit bucata care lipsea și astfel ochiul lui Horus a funcționat din nou.



Fragmentele ochiului lui Horus au fost asociate cu fracțiile următoare:



Scribii le-au utilizat pentru a indica fracțiuni din *obroc*, unitate de măsură pentru măsurarea cerealelor, citricelor sau pentru măsurarea ingredientelor din medicamente și pigmenți.
În cele mai multe scrieri antice egiptene s-au folosit unitățile fracționare (fracții cu numărătorul 1).
Dacă voiau să exprime fracția $\frac{3}{4}$, se scria $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$.

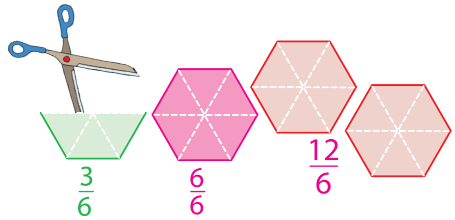
Este interesant de observat că adunând fracțiile nu se obține un întreg, ci $\frac{63}{64}$. Unii sugerează că restul de $\frac{1}{64}$ reprezintă magia folosită de Toth pentru a restabili ochiul, în timp ce alții consideră că piesa lipsă spune că perfecțiunea nu este posibilă.
Papirusul Rhind conține tabele cu fracțiile ochiului lui Horus.

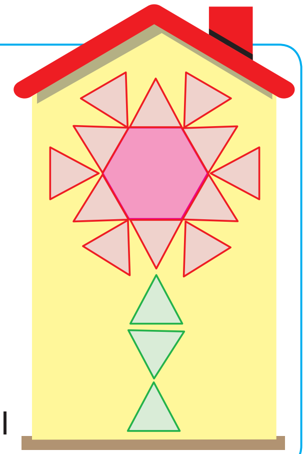
IV

1. Fracții ordinare

Observ. Descopăr. Înțeleg

Iată cum a confecționat Ioana o felicitare!





3 → **numărătorul**: arată câte părţi din întreg au fost luate în considerare

— → **linie de fracție**

6 → **numitorul**: arată numărul părţilor egale în care a fost împărţit întregul

Rețin

• Fracțiile care au numărătorul egal cu numitorul se numesc **fracții echiunitare.** Ele indică un întreg.

• Fracțiile care au numărătorul mai mic decât numitorul se numesc **fracții subunitare**. Ele indică mai puțin decât un întreg.

• Fracțiile care au numărătorul mai mare decât numitorul se numesc **fracții supraunitare**. Ele indică mai mult decât un întreg.

Lucrez

1. Fie fracțiile $\frac{1}{3}; \frac{5}{4}; \frac{5}{2}; \frac{3}{8}; \frac{7}{8}; \frac{9}{7}$.
Identifică:
a) fracţiile subunitare;
b) fracţiile supraunitare.

2. Fie fracțiile $\frac{8}{3}; \frac{4}{7}; \frac{32}{32}; \frac{402}{401}; \frac{23}{23}; \frac{1\,000}{1\,001}$.
Enumeră:
a) fracţiile subunitare;
b) fracţiile echiunitare;
c) fracţiile supraunitare.

3. Scrie fracțiile care au numărătorul cuprins între 2 și 5, iar numitorul număr par mai mic decât 10 și sunt:
a) subunitare; b) echiunitare; c) supraunitare.

4. Află care sunt fracţiile supraunitare cu numărătorii mai mici decât 10 și care au numitorii numere impare.

5. Scrie fracţiile subunitare cu numărătorii diferiţi de zero și care au numitorii mai mici decât 7 și mai mari decât 3.

6. * Câte fracţii subunitare se pot forma cu numărătorii și numitorii numere naturale cuprinse între 0 și 125? Dar fracţii supraunitare?

7. Pentru fiecare dintre următoarele fracții:
$$\frac{1^{2\,017}}{1^{2\,01}}; \frac{3^2}{2^3}; \frac{5^3}{2^7}; \frac{124^0}{2^2}; \frac{3^4}{9^2}; \frac{7^2}{2^5}.$$
precizează dacă este fracţie subunitară, echiunitară sau supraunitară.

8. Scrie toate fracțiile subunitare care au numitorii 3, 4 sau 5 și numărătorii pari, diferiți de zero.

9. Scrie toate fracțiile echiunitare care au la numărător numere pare scrise cu două cifre identice.

10. Scrie 4 fracții supraunitare care au la numărător numere pare scrise cu o singură cifră, iar la numitor numere impare.

11. Determină numerele naturale x pentru care următoarele fracţii sunt supraunitare:

a) $\frac{3}{x}$ b) $\frac{5}{2x+1}$ c) $\frac{8}{3x+2}$

12. Determină numerele naturale x și y pentru care următoarele fracţii sunt echiunitare:

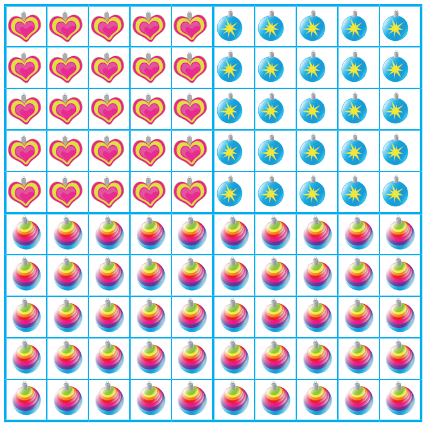
a) $\frac{3}{x+1}$ * b) $\frac{6}{(x-2)(y-1)}$

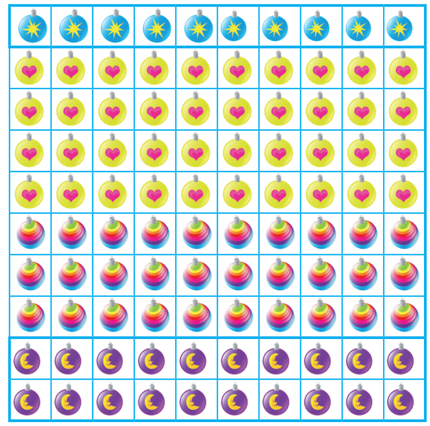
2. Fracții echivalente. Procente

Observ. Descopăr. Înțeleg

Maria și Aurel au scos două cutii cu ornamente pentru pomul de iarnă al școlii. Acum ei vor să exprime ca fracții cantitățile de ornamente de același fel din fiecare cutie.

Observă ce a scris fiecare!





$\rightarrow \frac{25}{100}$ sau $\frac{1}{4}$

$\rightarrow \frac{25}{100}$ sau $\frac{1}{4}$

$\rightarrow \frac{50}{100}$ sau $\frac{1}{2}$

$\rightarrow \frac{10}{100}$ sau $\frac{1}{10}$ $\rightarrow \frac{40}{100}$ sau $\frac{4}{10}$ $\rightarrow \frac{30}{100}$ sau $\frac{3}{10}$ $\rightarrow \frac{20}{100}$ sau $\frac{1}{5}$

Rețin

- Fracțiile care reprezintă aceeași cantitate dintr-un întreg se numesc ***fracții echivalente***.
- Fracțiile care au la numitor 100 se numesc ***procente***.
- Scrierea procentelor se face în felul următor: $\frac{1}{100} = 1\%$; $\frac{p}{100} = p\%$.

Aplic

Fracțiile $\frac{1}{4}$ și $\frac{25}{100}$ sunt echivalente pentru că exprimă aceeași cantitate dintr-un întreg: un sfert.

Să efectuăm și să comparăm rezultatele:
- produsul dintre numărătorul primei fracții cu numitorul celei de-a doua: $1 \cdot 100 = 100$.
- produsul dintre numitorul primei fracții cu numărătorul celei de-a doua: $4 \cdot 25 = 100$.

Am obținut produse egale.

Calculează și compară aceleași produse, pentru următoarele fracții echivalente: $\frac{3}{4}$ și $\frac{12}{16}$; $\frac{1}{3}$ și $\frac{6}{18}$.

Rețin

Dacă două fracții, $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$, sunt echivalente, scriem $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Avem proprietatea $a \cdot d = b \cdot c$.

Lucrez

1. Din imaginea din partea de sus a paginii identifică alte două fracții echivalente.

2. Verifică dacă următoarele fracții de mai jos sunt echivalente:

a) $\frac{7}{4}$ și $\frac{91}{52}$; b) $\frac{112}{396}$ și $\frac{28}{99}$; c) $\frac{115}{495}$ și $\frac{23}{98}$; d) $\frac{803}{407}$ și $\frac{73}{37}$.

3. În tabelul de mai jos sunt indicate numărul merelor depozitate pentru iarnă de bunici.

Mere roșii	Mere verzi	Mere galbene
50	20	30

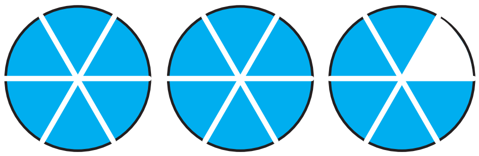
Pentru fiecare tip de mere, scrie procentul corespunzător din totalul merelor.

3. Scoaterea întregilor dintr-o fracție

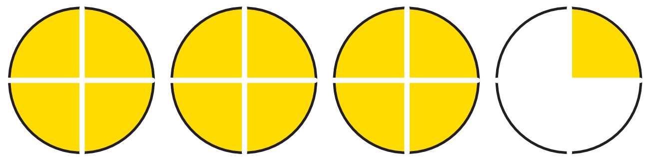
Observ. Descopăr. Înțeleg

Ioana și Mihai au primit un joc format din piese care au forma unor părți de cerc.
Ioana are 17 piese de forma unei șesimi de cerc, iar Mihai are 13 piese de forma unui sfert de cerc.
Câte cercuri întregi poate forma fiecare din cei doi copii?

$\frac{17}{6}$



$\frac{13}{4}$



$17 = 6 \cdot 2 + 5$,

deci $\frac{17}{6} = \frac{6 \cdot 2 + 5}{6} = \frac{6 \cdot 2}{6} + \frac{5}{6} = 2 + \frac{5}{6} = 2\frac{5}{6}$

$13 = 3 \cdot 4 + 1$,

deci $\frac{13}{4} = \frac{4 \cdot 3 + 1}{4} = \frac{4 \cdot 3}{4} + \frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4} = 3\frac{1}{4}$

Observăm că fracțiile supraunitare pot fi scrise ca sumă a unui număr natural cu o fracție subunitară. În exemplele date spunem că *am scos întregii din fracție*.

Scriem: $\frac{17}{6} = 2\frac{5}{6}$ și citim *17 supra 6 este egal cu 2 întregi și 5 supra 6.*

Scriem: $\frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$ și citim *13 supra 4 este egal cu 3 întregi și 1 supra 4.*

Rețin

Pentru a scoate întregii dintr-o fracție, procedăm astfel: împărțim numărătorul la numitor; câtul obținut reprezintă întregii, iar restul reprezintă numărătorul fracției subunitare rezultate, ce are același numitor ca fracția dată.

$$\frac{a}{b} = c\frac{r}{b}, \text{ unde } a = b \cdot c + r$$

Aplic

Scoate întregii din fracțiile următoare: a) $\frac{283}{41}$; b) $\frac{15}{7}$; c) $\frac{617}{28}$; d) $\frac{3\,214}{153}$.

Rezolvare

a) Efectuăm împărțirea
$283 : 41 = 6$ rest 17, deci $\frac{283}{41} = 6\frac{17}{41}$.

b) Efectuăm împărțirea
$15 : 7 = 2$ rest 1, deci $\frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$.

c) Avem
$617 : 28 = 22$ rest 1, deci $\frac{617}{28} = 22\frac{1}{28}$.

d) Avem
$3\,214 : 153 = 21$ rest 1, deci $\frac{3\,214}{153} = 21\frac{1}{153}$.

Lucrez

Scoate întregii din fracțiile următoare:

A a) $\frac{15}{8}$; b) $\frac{21}{11}$; c) $\frac{49}{6}$; d) $\frac{38}{11}$; e) $\frac{63}{22}$; f) $\frac{135}{21}$.

B a) $\frac{235}{4}$; b) $\frac{85}{7}$; c) $\frac{493}{2}$; d) $\frac{5\,204}{3}$; e) $\frac{107}{12}$.

C a) $\frac{5\,057}{10}$; b) $\frac{2\,967}{18}$; c) $\frac{3\,456}{17}$; d) $\frac{109}{12}$; e) $\frac{137}{103}$.

D a) $\frac{115}{8}$; b) $\frac{201}{13}$; c) $\frac{518}{71}$; d) $\frac{806}{111}$; e) $\frac{430}{23}$.

E a) $\frac{3\,245}{36}$; b) $\frac{495}{14}$; c) $\frac{1\,493}{23}$; d) $\frac{1\,234}{43}$; e) $\frac{567}{432}$.

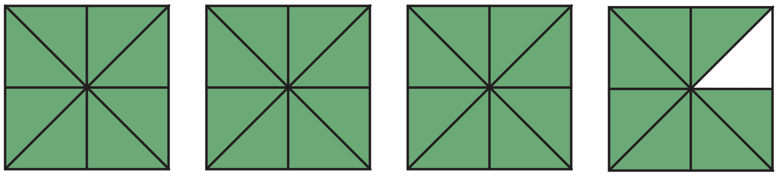
F a) $\frac{2\,034}{105}$; b) $\frac{14\,967}{189}$; c) $\frac{4\,123}{78}$; d) $\frac{567}{432}$; e) $\frac{2\,039}{113}$.

4. Introducerea întregilor într-o fracție

Observ. Descopăr. Înțeleg

Să scriem sub formă de fracție partea colorată.

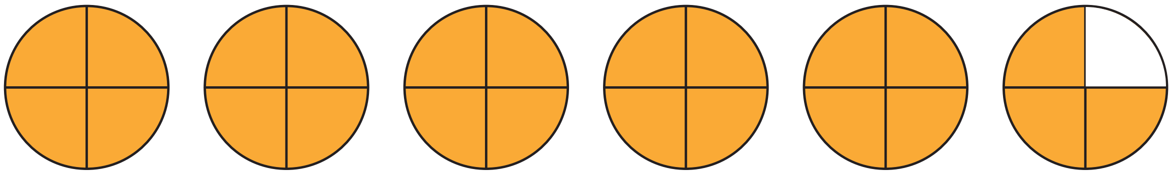
1. Avem trei pătrate întregi și 7 optimi din al patrulea.



$$3\frac{7}{8}=\frac{3\cdot 8+7}{8}=\frac{31}{8}$$

2. Avem 5 cercuri întregi și 3 pătrimi din al șaselea.

$$5\frac{3}{4}=\frac{5\cdot 4+3}{4}=\frac{23}{4}$$



În exemplele de mai sus spunem că *am introdus întregii în fracție.*

Rețin

Prin introducerea întregilor într-o fracție obținem o fracție care are același numitor ca fracția dată, iar la numărător are suma dintre numărătorul inițial și produsul dintre întregi și numitor.

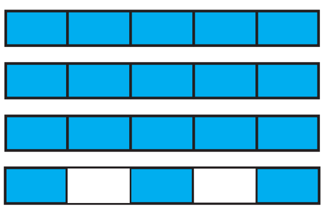
$$a\frac{b}{b}=\frac{a\cdot c+b}{c}$$

Nu uita! După introducerea întregilor în fracție vei obține întotdeauna o fracție supraunitară!

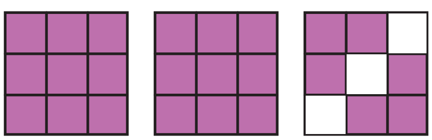
Lucrez

1. După modelul dat, scrie fracțiile corespunzătoare desenelor de mai jos.

a)



b)



2. Introdu întregii în fracție:

a) $4\frac{1}{5}$; b) $3\frac{2}{11}$; c) $9\frac{8}{9}$;

d) $8\frac{5}{7}$; e) $10\frac{3}{10}$; f) $14\frac{9}{10}$;

g) $3\frac{5}{17}$; h) $6\frac{6}{23}$.

3. Cine a introdus corect întregii în fracție?

Ana: $3\frac{2}{5}=\frac{3\cdot 5+2}{5}=\frac{17}{5}$

Matei: $3\frac{2}{5}=\frac{3\cdot 2+5}{5}=\frac{11}{5}$

Ionela: $3\frac{2}{5}=\frac{3\cdot 2+5}{5}=\frac{11}{5}$

Argumentează răspunsul!

4. Stabilește egalități între numerele din primul rând și cele din al doilea.

$3\frac{2}{11}$ $\quad 31\frac{7}{15}$ $\quad 24\frac{11}{12}$ $\quad 300\frac{25}{27}$

$\frac{8\,125}{27}$ $\quad \frac{35}{11}$ $\quad \frac{472}{15}$ $\quad \frac{299}{12}$

Gândesc creativ

Un om a început să cumpere mere cu 5 lei și le-a vândut cu 3 lei. După un timp a devenit milionar. *Cum este posibil?*

5. Reprezentarea pe axă a unei fracții

Observ. Descopăr. Înțeleg

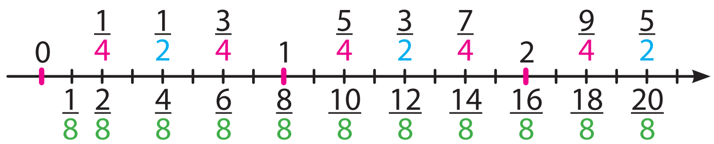
– Am învățat să reprezentăm numere naturale pe axa numerelor. Să încercăm să reprezentăm împreună câteva fracții! Uite, eu voi reprezenta fracțiile care nu sunt echiunitare și au numitorul 2!

– Eu voi reprezenta fracțiile care nu sunt echiunitare și au numitorul 4!

– Eu voi reprezenta fracțiile care nu sunt echiunitare, au numărătorul par și numitorul 8!

Rezolvare:

Iată cum au reprezentat copiii o parte dintre fracții!



Rețin

Pentru a reprezenta una sau mai multe fracții pe o axă, procedăm astfel: observăm care este cel mai mare numitor și alegem unitatea de măsură astfel încât să putem reprezenta suficiente segmente corespunzătoare numărului de părți necesare.

Lucrez

1. a) Scrie fracţiile subunitare care au numitorii mai mici decât 6 și mai mari decât 3.

b) Alege o unitate de măsură convenabilă și reprezintă pe axa numerelor fracţiile ordinare determinate.

2. a) Scrie cinci fracţii supraunitare care au numărătorul mai mic decât 20 și numitorul mai mic decât 6.

b) Alege o unitate de măsură convenabilă și reprezintă pe axa numerelor fracţiile ordinare determinate la punctul a).

3. Reprezintă pe axă fracțiile:

a) $\frac{3}{2}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{11}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{15}{4}$

(folosește unitatea de măsură de 2 cm).

b) $\frac{3}{5}$; $\frac{8}{10}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{11}{5}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{16}{5}$.

(folosește unitatea de măsură de 25 mm).

4. a) Desenează o dreaptă pe care alegi punctele *O* și *A* astfel încât segmentul *OA* să aibă lungimea 12 cm.

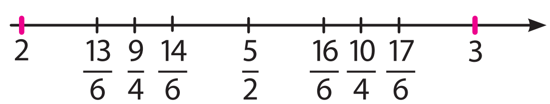
Fixează pe segment punctele *B*, *C*, *D*, *E*, *F* astfel încât:

OB = 6 cm, *AC* = 3 cm, *BD* = 2 cm,

AE = 8 cm, *EF* = 1 cm.

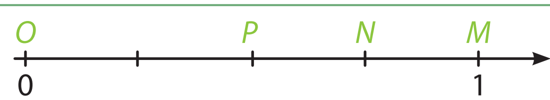
b) Dacă punctului *O* îi corespunde numărul 0, iar punctului *A* îi corespunde numărul 1, scrie fracțiile corespunzătoare punctelor *B*, *C*, *D*, *E* și *F*.

5. Observă următoarea reprezentare:



Stabilește care dintre fracții nu este reprezentată corect.

Observă desenul alăturat.



Test Alege varianta corectă.

	A	B	C
1. Punctului *P* îi corespunde fracția:	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
2. Punctului *N* îi corespunde fracția:	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$
3. Enumerarea punctelor *M*, *N*, *P*, în ordinea crescătoare a fracțiilor corespunzătoare este:	*MNP*	*PNM*	*NPM*

6. Compararea fracțiilor

Observ. Descopăr. Înțeleg

Ioana, Călin și Maria au primit câte o pizza, de aceeași dimensiune.
Observă cum le-a împărțit fiecare.

$\frac{2}{6}$

Ioana

$\frac{1}{6}$

Călin

$\frac{1}{4}$

Maria

Ioana a mâncat 2 felii, iar Călin și Maria au mâncat fiecare câte o felie. Compară cât au mâncat:

a) Ioana și Călin; b) Călin și Maria

Rezolvare: $\frac{2}{6} > \frac{1}{6}$ $\qquad$ $\frac{1}{6} < \frac{1}{4}$.

Rețin

- Dintre două fracții care au același numitor, este mai mare fracția care are **numărătorul mai mare**.

Dacă $a > c$ și $b \neq 0$, atunci $\frac{a}{b} > \frac{c}{b}$.

- Dintre două fracții care au același numărător, este mai mare fracția care are **numitorul mai mic**.

Dacă $b < c$ iar $b \neq 0$, $c \neq 0$, atunci $\frac{a}{b} > \frac{a}{c}$.

Lucrez

1. Compară fracțiile:

a) $\frac{12}{17}$ cu $\frac{9}{17}$; b) $\frac{15}{11}$ cu $\frac{19}{11}$;

c) $\frac{34}{27}$ cu $\frac{44}{27}$; d) $\frac{19}{45}$ cu $\frac{17}{45}$.

2. Compară fracțiile:

a) $\frac{7}{2}$ cu $\frac{7}{3}$; b) $\frac{9}{5}$ cu $\frac{9}{7}$;

c) $\frac{12}{7}$ cu $\frac{12}{13}$; d) $\frac{100}{7}$ cu $\frac{100}{23}$.

3. * Aplică una din metodele prezentate alăturat pentru a compara:

a) $\frac{88}{89}$ cu $\frac{89}{90}$; b) $\frac{101}{100}$ cu $\frac{102}{101}$;

c) $\frac{54}{55}$ cu $\frac{55}{56}$; d) $\frac{718}{717}$ cu $\frac{717}{716}$.

Cum comparăm $\frac{11}{12}$ cu $\frac{12}{13}$? Dar $\frac{12}{11}$ cu $\frac{13}{12}$?

Avem: $\frac{11}{12} = \frac{12}{12} - \frac{1}{12} = 1 - \frac{1}{12}$

$\frac{12}{13} = \frac{13}{13} - \frac{1}{13} = 1 - \frac{1}{13}$.

Dar $\frac{1}{12} > \frac{1}{13}$.

Atunci, deoarece le scădem din aceeași cantitate (un întreg), rezultatul va fi mai mare atunci când scădem mai puțin.

$1 - \frac{1}{13} > 1 - \frac{1}{12}$ deci $\frac{12}{13} > \frac{11}{12}$ sau $\frac{11}{12} < \frac{12}{13}$.

La fel, $\frac{12}{11} = \frac{11}{11} + \frac{1}{11} = 1 + \frac{1}{11}$,

$\frac{13}{12} = \frac{12}{12} + \frac{1}{12} = 1 + \frac{1}{12}$.

În acest caz, adunând la aceeași cantitate (un întreg), rezultatul este mai mare când adunăm mai mult.

$1 + \frac{1}{11} > 1 + \frac{1}{12}$ deci $\frac{12}{13} > \frac{13}{13}$ sau $\frac{11}{12} < \frac{12}{13}$.

7. Cel mai mare divizor comun. Cel mai mic multiplu comun

Observ. Descopăr. Înțeleg

Maria și Ionel se joacă *Divizori și multipli*. Maria are de scris toți divizorii lui 12 și primii 10 multipli nenuli ai aceluiași număr. Ionel are de făcut același lucru, dar pentru 15. După aceea, trebuie să afle dacă numerele lor au divizori și multipli comuni.

Maria: Divizorii lui 12 sunt **1**, 2, **3**, 4, 6 și 12.
Primii 10 multipli nenuli ai lui 12 sunt: 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 84, 96, 108, **120**.

Ionel: Divizorii lui 15 sunt **1**, **3**, 5 și 15.
Primii 10 multipli nenuli ai lui 15 sunt: 15, 30, 45, **60**, 75, 90, 105, **120**, 135, 150.

Observăm că 12 și 15 au 2 divizori comuni: 1 și 3. Spunem că 3 este *cel mai mare divizor comun* al numerelor 12 și 15. *Multiplii comuni* ai lui 12 și 15 sunt 60 și 120, deci, 60 este cel mai mic dintre multiplii comuni ai celor două numere.

Rețin

Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale *a* și *b* este cel mai mare număr care divide atât pe *a* cât și pe *b*. ***Cel mai mic multiplu comun*** al numerelor *a* și *b* este cel mai mic număr care este divizibil atât cu *a*, cât și cu *b*.

Aplic

Divizorii lui 4 sunt 1, 2 și 4. Multiplii nenuli ai lui 4: 4, 8, 12, 16, …, 40, 44, …, 56, 60, …

Divizorii lui 15 sunt: 1, 3, 5, 15. Multiplii nenuli ai lui 15: 15, 30, 45, 60, …,

Observăm că 4 și 15 nu au divizori comuni diferiți de 1, iar cel mai mic multiplu comun este 60, adică produsul celor două numere.

Verifică dacă această proprietate se menține pentru numerele:

a) 7 și 15; b) 14 și 21; c) 12 și 35.

Rețin

Dacă două numere naturale nu au divizori comuni diferiți de 1, atunci cel mai mic multiplu comun al lor este produsul celor două numere.

Lucrez

1. Pentru numerele 16 și 24:
a) Determină toți divizorii fiecărui număr.
b) Scrie primii 10 multipli nenuli ai numerelor.
c) Determină cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun al numerelor date.

2. Determină cel mai mic multiplu comun al numerelor:
a) 24 și 32; b) 15 și 16; c) 21 și 20; d) 16 și 25; e) 32 și 33; f) 27 și 28.

3. Stabilește dacă următoarea afirmație este adevărată sau nu: *Două numere pare consecutive nu au divizori comuni diferiți de 1.* Argumentează răspunsul.

4. Determină cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun al numerelor date.

a) 12 și 16;

b) 26 și 12;

c) 10 și 12;

d) 14 și 21;

e) 16, 18 și 12.

8. Amplificarea și simplificarea fracțiilor

Observ. Descopăr. Înțeleg

Maria și **Ionel** au cules fiecare 48 de nuci.

Maria a împărțit nucile sale, în mod egal, în 3 boluri. Ionel le-a pus, în mod egal, pe 12 farfurioare. Apoi a pus câte 4 farfurioare pe câte un platou.

Unde sunt mai multe nuci: într-un bol al Mariei sau pe un platou al lui Ionel?

Rezolvare

Observăm că în fiecare bol al Mariei sunt $48 : 3 = 16$ (nuci).

Maria are în fiecare bol $\frac{1}{3}$ din numărul total al nucilor.

Ionel are pe fiecare farfurioară $48 : 12 = 4$ (nuci).

Ionel are pe fiecare farfurioară $\frac{1}{12}$ din numărul total al nucilor.

Pe un platou sunt 4 farfurioare, deci $4 \cdot 4 = 16$ (nuci), adică $\frac{4}{12}$ din numărul total al nucilor.

Maria are într-un bol tot atâtea nuci câte are Ionel pe un platou.

Avem $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$. Observăm că $\frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 1}{4 \cdot 3} = \frac{4}{12}$. Avem și $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. Observăm că $\frac{4}{12} = \frac{4 : 4}{12 : 4} = \frac{1}{3}$.

Rețin

A amplifica o fracție cu un număr natural diferit de zero înseamnă a înmulți atât numărătorul, cât și numitorul cu acel număr.

Prin amplificarea unei fracții se obține o fracție echivalentă cu cea dată.

Notăm $^{m)}\frac{a}{b} = \frac{m \cdot a}{m \cdot b}, b \neq 0, m \neq 0$

A simplifica o fracție cu un număr natural diferit de zero înseamnă a împărți atât numărătorul, cât și numitorul la acel număr.

Prin simplificarea unei fracții se obține o fracție echivalentă cu cea dată.

Notăm $\frac{a}{b}^{(m} = \frac{a : m}{b : m}, b \neq 0, m \neq 0$

Putem amplifica o fracție cu orice număr, dar nu putem simplifica decât cu un divizor comun al numărătorului și numitorului.

Lucrez

1. Amplifică fracțiile date.

cu 2: $\frac{3}{19}; \frac{15}{4}; \frac{14}{15}; \frac{23}{45}; \frac{3}{25}$ *cu 3*: $\frac{8}{9}; \frac{2}{5}; \frac{4}{1}; \frac{11}{15}; \frac{24}{7}$;

cu 4: $\frac{31}{5}; \frac{24}{25}; \frac{27}{20}; \frac{29}{51}; \frac{72}{34}$ *cu 5*: $\frac{12}{3}; \frac{17}{4}; \frac{31}{20}; \frac{72}{8}; \frac{9}{7}$

2. Determină fracțiile echivalente cu $\frac{9}{11}$ care au numărătorii:

a) 72; b) 27; c) 126; d) 603.

3. Simplifică următoarele fracții.

a) cu 2: $\frac{38}{24}; \frac{36}{48}; \frac{22}{52}; \frac{14}{26}; \frac{12}{70}; \frac{132}{144}; \frac{28}{402}; \frac{6}{56}$.

b) cu 3: $\frac{81}{42}; \frac{36}{48}; \frac{21}{51}; \frac{114}{216}; \frac{27}{72}; \frac{132}{144}; \frac{228}{402}; \frac{36}{63}$.

4. Simplifică.

* a) $\frac{4+8}{2+6}$ b) $\frac{2^8}{2^5}$ c) $\frac{5^7 \cdot 3^9 \cdot 2^{10}}{5^8 \cdot 3^{10} \cdot 2^9}$ d) $\frac{3^{2016} - 3^{2014}}{3^{2017} - 3^{2015}}$

e) $\frac{4a-6b}{6a-9b}$ f) $\frac{\overline{abcabc}}{123123}$ g) $\frac{1+2+3+...+2006}{2+4+6+...+4012}$

5. Determină „*a*” astfel încât fracția $\frac{\overline{2a}}{30}$ să se simplifice: a) cu 5; b) cu 2; c) cu 10.

Gândesc creativ

Într-un sertar sunt 22 ciorapi albaștri și 35 ciorapi negri. *Care este cel mai mic număr de ciorapi pe care trebuie să-i scoți din sertar pentru a fi sigur că ai o pereche de aceeași culoare?*

9. Fracții ireductibile

Observ. Descopăr. Înțeleg

Sanda, Cornel și Remus au primit ca temă simplificarea fracției $\frac{36}{60}$.

Iată cum a rezolvat fiecare copil.

Sanda a observat că se poate simplifica cu 2. $\frac{36}{60}^{(2} = \frac{18}{30}$.

Apoi noua fracție a simplificat-o din nou cu 2. $\frac{18}{30}^{(2} = \frac{9}{15}$

A observat că 9 și 15 au divizor comun pe 3, deci a simplificat din nou, cu 3. $\frac{9}{15}^{(3} = \frac{3}{5}$

Cornel a observat că 36 și 60 sunt divizibile cu 3, deci a simplificat cu 3. $\frac{36}{60}^{(3} = \frac{12}{20}$.

Apoi a simplificat de 2 ori cu 2. $\frac{12}{20}^{(2} = \frac{6}{10}^{(2} = \frac{3}{5}$.

Remus a spus că a observat că, pentru 36 și 60, 12 este cel mai mare divizor comun, deci a simplificat astfel: $\frac{36}{60}^{(12} = \frac{3}{5}$.

Observăm că toți cei 3 copii au ajuns la același rezultat, fracția $\frac{3}{5}$, care nu mai poate fi simplificată, deoarece numărătorul și numitorul nu au divizori comuni diferiți de 1.

Rețin

O fracție $\frac{a}{b}$ este *ireductibilă* dacă numărătorul și numitorul nu au divizori comuni diferiți de 1.

Cea mai scurtă cale de a ajunge la forma ireductibilă a unei fracții este simplificarea cu cel mai mare divizor comun al numărătorului și numitorului.

Lucrez

1. Simplifică pentru a obține fracții ireductibile.

a) $\frac{125}{325}; \frac{144}{264}; \frac{435}{342}; \frac{216}{630}; \frac{236}{476}; \frac{132}{492}; \frac{234}{522}; \frac{315}{225};$

b) $\frac{25 \cdot 37 - 427 : 7 + (3^5 - 3) : 12}{56 \cdot 27 + 245 : 7}$.

2. Simplifică următoarele fracții.

a) $\frac{378}{234}; \frac{360}{840}; \frac{126}{432}; \frac{324}{216}; \frac{405}{180}; \frac{1\,824}{384}; \frac{2\,718}{468}$.

b) $\frac{308}{264}; \frac{360}{945}; \frac{726}{836}; \frac{616}{902}; \frac{408}{180}; \frac{3\,828}{942}; \frac{1\,716}{638}$.

3. Simplifică fracțiile:

a) $\frac{1+2+3+...+20}{2+4+6+...+40}$ b) $\frac{2+4+6+...+200}{3+6+9+...+300}$

4. Determină x astfel încât $\frac{35}{4x}$ să fie reductibilă.

5. Analizează fracțiile de mai jos și demonstrează că următoarele fracții sunt echivalente.
$\frac{11}{55}; \frac{101}{505}; \frac{111}{555}; \frac{10\,101}{50\,505}$.

6. Arată că următoarele fracții sunt ireductibile.

* a) $\frac{n+1}{n}$ b) $\frac{2n+3}{3n+5}$ c) $\frac{2^4 \cdot 5^9 + 2}{2^5 \cdot 5^4 + 5}$

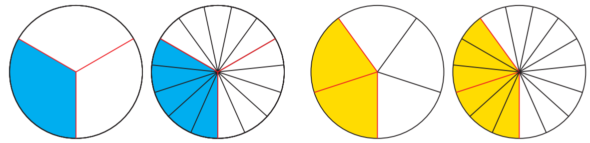
7. Arată că următoarele fracții sunt reductibile.

a) $\frac{17^8 + 4}{4 + 4^2 + 4^3 + \ldots + 4^{10}}$, prin 5.

b) $\frac{4^{100} \cdot 25^{102} - 1}{4^{103} \cdot 25^{100} - 1}$, prin 3.

10. Aducerea fracțiilor la același numitor

Observ. Descopăr. Înțeleg



1. Avem fracțiile $\frac{1}{3}$ și $\frac{2}{5}$. Putem să le transformăm astfel încât să aibă același numitor?

Observăm că putem să amplificăm fiecare fracție cu numitorul celeilalte și astfel vom obține fracții care au același numitor.

$^{5)}\frac{1}{3}=\frac{5}{15}$ $\quad$ $^{3)}\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$

Rețin

Sunt date două fracții, $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$.

Le putem aduce la același numitor astfel: $^{d)}\frac{a}{b}=\frac{a\cdot d}{b\cdot d}$, $\quad$ $^{b)}\frac{c}{d}=\frac{c\cdot b}{d\cdot b}$.

2. Să luăm acum fracțiile $\frac{17}{12}$ și $\frac{11}{18}$.

Putem să procedăm ca în exemplul precedent și vom obține numitorul comun $12\cdot 18=216$. Dar, dacă observăm că $36=12\cdot 3$ și $36=18\cdot 2$, atunci numitorul comun este 36, cel mai mic multiplu comun al numerelor 12 și 18.

$^{3)}\frac{17}{12}=\frac{51}{36}$ $\quad$ $^{2)}\frac{11}{18}=\frac{22}{36}$

Rețin

Sunt date două fracții, $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$.

Dacă m este cel mai mic multiplu comun al numitorilor, atunci le putem aduce la același numitor astfel:

$^{m:b)}\frac{a}{b}=\frac{a\cdot(m:b)}{m}$, $\quad$ $^{m:d)}\frac{c}{d}=\frac{c\cdot(m:d)}{m}$.

3. Fie fracțiile $\frac{36}{15}$ și $\frac{28}{35}$.

Am fi tentați să aplicăm una dintre metodele de mai sus. Dar, dacă observăm că la prima fracție atât numărătorul, cât și numitorul sunt divizibile cu 3, iar la a doua, atât numărătorul, cât și numitorul sunt divizibile cu 7, putem simplifica.

Obținem: $\frac{36}{15}^{(3}=\frac{12}{5}$, respectiv, $\frac{28}{35}^{(7}=\frac{4}{5}$.

Iată deci că am putut să le aducem la același numitor prin simplificare!

Lucrez

1. Adu la același numitor fracțiile următoare.

a) $\frac{36}{3},\frac{13}{7}$ $\quad$ b) $\frac{7}{12},\frac{13}{6}$ $\quad$ c) $\frac{15}{4},\frac{9}{16}$

d) $\frac{3}{4},\frac{5}{12}$ $\quad$ e) $\frac{13}{11},\frac{7}{9}$ $\quad$ f) $\frac{32}{12},\frac{13}{14}$

g) $\frac{18}{42},\frac{77}{35}$ $\quad$ h) $\frac{2}{7},\frac{3}{8},\frac{5}{14}$

2. Adu fracțiile următoare la același numitor.

a) $\frac{5}{12},\frac{8}{15},\frac{23}{30}$ $\quad$ b) $\frac{5}{21},\frac{11}{42},\frac{1}{84}$

3. Amplifică sau simplifică fracțiile următoare astfel încât să aibă același numitor.

a) $\frac{5}{7},\frac{2}{3},\frac{3}{14}$ $\quad$ b) $\frac{5}{8},\frac{3}{7},\frac{11}{14}$

c) $\frac{5}{6},\frac{7}{12},\frac{7}{8}$ $\quad$ d) $\frac{3}{4},\frac{7}{8},\frac{5}{16}$

e) $\frac{7}{10},\frac{3}{8},\frac{5}{9}$ $\quad$ f) $\frac{12}{15},\frac{6}{10},\frac{36}{20}$

* g) $\frac{18}{27},\frac{14}{35},\frac{29}{15}$ $\quad$ h) $\frac{9}{7},\frac{11}{4},\frac{5}{14}$

11. Adunarea și scăderea fracțiilor

Observ. Descopăr. Înțeleg

Ana și Maria au de pregătit decorațiuni pentru Crăciun. O treime din aceste decorațiuni sunt steluțe, două cincimi sunt inimioare, iar restul sunt în formă de brăduți.

a) Ce fracție reprezintă ornamentele în formă de steluțe și inimioare?

b) Care este fracția reprezentată de ornamentele în formă de brăduți?

Rezolvare:

a) Avem de adunat fracțiile $\frac{1}{3}$ și $\frac{2}{5}$.

Pentru aceasta trebuie să le aducem la același numitor.

$$^{5)}\frac{1}{3}+{}^{3)}\frac{2}{5}=\frac{5}{15}+\frac{6}{15}=\frac{11}{15}$$

Rețin

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}={}^{d)}\frac{a}{b}+{}^{b)}\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot d}+\frac{c\cdot b}{d\cdot b}=\frac{a\cdot d+c\cdot b}{b\cdot d}$$

b) Scădem din întreg fracția $\frac{11}{15}$.

$$1-\frac{11}{15}={}^{15)}\frac{1}{1}-\frac{11}{15}=\frac{15}{15}-\frac{11}{15}=\frac{4}{15}$$

Rețin

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}={}^{d)}\frac{a}{b}-{}^{b)}\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot d}-\frac{c\cdot b}{d\cdot b}=\frac{a\cdot d-c\cdot b}{b\cdot d}$$

Pentru a efectua o adunare sau o scădere a două fracții procedăm astfel:

– Aducem fracțiile la același numitor (de regulă, cel mai mic multiplu comun al numitorilor).

– Adunăm, respectiv, scădem numărătorii, numitorul rămânând același.

Adunarea fracțiilor are proprietățile adunării numerelor naturale.

1. Adunarea este ***comutativă***

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$$

2. Adunarea este ***asociativă***

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$$

3. Adunarea are ***element neutru***

$$\frac{a}{b}+0=0+\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$$

Aplic

1. Efectuează:

a) $\frac{27}{14}-0$ b) $\frac{2}{3}-\left(\frac{5}{10}-\frac{1}{2}\right)$ c) $\frac{34}{5}-\left(\frac{23}{2}-\frac{69}{6}\right)$

2. Efectuează și compară rezultatele:

a) $\frac{54}{3}-\frac{4}{5}-\frac{1}{2}$ și $\frac{54}{3}-\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{2}\right)$

b) $\frac{104}{11}-\frac{9}{2}-\frac{5}{22}$ și $\frac{104}{11}-\left(\frac{9}{2}+\frac{5}{22}\right)$

c) $\frac{334}{17}-\frac{23}{5}-\frac{28}{85}$ și $\frac{334}{17}-\left(\frac{23}{5}+\frac{28}{22}\right)$

d) $\frac{487}{32}-\frac{87}{64}-\frac{13}{16}$ și $\frac{487}{32}-\left(\frac{87}{64}+\frac{13}{16}\right)$

Rețin

Scăderea nu are proprietățile adunării, dar avem:

1) $\frac{a}{b}-0=\frac{a}{b}$ 2) $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}-\frac{e}{f}=\frac{a}{b}-\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$

Lucrez

1. Calculează *a, b, c,* apoi sumele $a + b$, $a + c$, $a + b + c$, unde

$a = \frac{5}{36} + \frac{1}{24}$, $b = \frac{5}{12} + \frac{1}{24}$, $c = \frac{5}{48} + \frac{1}{36}$

2. Află sumele $A = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$, $B = \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$, $C = \frac{a}{b} + \frac{e}{f}$ pentru valorile din tabelul de mai jos:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$\frac{a}{b}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{11}$	$\frac{11}{12}$
$\frac{c}{d}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{6}$
$\frac{e}{f}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{13}{24}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{4}{55}$	$\frac{5}{8}$

3. Efectuează calculele:

a) $\frac{3}{11} + \frac{5}{22} + \frac{15}{44}$ b) $\frac{7}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1\,000}$

c) $\frac{30}{45} + \frac{98}{56} + \frac{21}{35}$ * d) $\frac{15}{75} + \frac{35}{25} + \frac{24}{40}$

e) $\frac{3}{32} + \frac{5}{24} + \frac{7}{16}$ * f) $\frac{6}{13} + \frac{16}{26} + \frac{35}{65}$

g) $\frac{7}{10} + \frac{5}{100} + \frac{3}{20}$ * h) $\frac{4}{3} + \frac{24}{36} + \frac{16}{24}$

4. Calculează *a, b, c,* apoi sumele $a + b$, $c + a$, $a + b + c$, unde

$a = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$ $b = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50}$

$c = \frac{1}{20} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}$

5. Calculează diferențele:

a) $\frac{47}{8} - \frac{33}{24}$ b) $\frac{77}{12} - \frac{35}{36}$

c) $\frac{323}{15} - \frac{124}{45}$ d) $\frac{25}{9} - \frac{13}{12}$

6. Află cu cât este mai mare $\frac{324}{17}$ decât suma fracțiilor $\frac{23}{34}$ și $\frac{23}{51}$.

7. Pe un rond de flori s-au plantat panseluțe, lalele și narcise. Panseluțele sunt plantate pe o treime din suprafață, lalelele pe o șesime, iar pe restul suprafeței s-au plantat narcise. Află fracția corespunzătoare suprafeței plantate cu narcise.

8. Efectuează.

a) $\frac{123}{22} + \frac{49}{11} - \frac{76}{33}$ b) $\frac{85}{12} + \frac{13}{48} - \frac{15}{24}$

9. Efectuează operațiile și compară rezultatele.

a) $\frac{25}{3} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ și $\frac{25}{3} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)$

b) $\frac{251}{3} - \frac{13}{14} - \frac{11}{21}$ și $\frac{251}{3} - \left(\frac{13}{14} - \frac{11}{21}\right)$

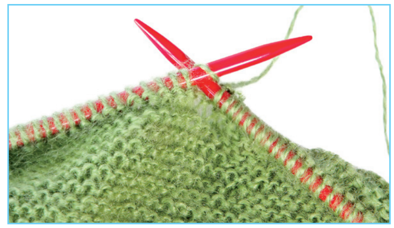
Gândesc creativ

O atletă poate sări la nesfârșit.
Cu toate acestea, de fiecare dată când sare, ea obosește și de aceea fiecare săritură are lungimea ½ din săritura anterioară. La prima săritură ea sare 50 cm. *De câte sărituri are nevoie pentru a ajunge la 1 metru?*

12. Înmulțirea fracțiilor

Observ. Descopăr. Înțeleg

1. Maria și-a propus să confecționeze în câteva zile un fular tricotat. De luni până miercuri a tricotat zilnic $\frac{2}{7}$ din lungimea fularului. Ce fracție din lungimea acesteia a tricotat în primele 3 zile?



Rezolvare:
Partea tricotată în 3 zile: $\frac{2}{7}+\frac{2}{7}+\frac{2}{7}=\frac{6}{7}$. Putem scrie: $3\cdot\frac{2}{7}=\frac{6}{7}=\frac{3\cdot 2}{7}$.

Rețin

Pentru a înmulți o fracție cu un număr natural, înmulțim numărul natural cu numărătorul, iar numitorul rămâne neschimbat. $\frac{a}{b}\cdot n=\frac{n\cdot a}{b}$

2. Observă calculele următoare: a) $\frac{5}{8}\cdot\frac{7}{9}=\frac{5\cdot 7}{8\cdot 9}=\frac{35}{72}$ b) $\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{35}=\frac{5\cdot 4}{8\cdot 35}=\frac{20}{280}^{(20}=\frac{1}{14}$

Putem calcula și astfel: observăm că 5 și 35 sunt divizibile cu 5, iar 8 și 4 sunt divizibile cu 4, așa că putem simplifica înainte de a efectua înmulțirile: $\frac{{}^{1}\cancel{5}}{{}_{2}\cancel{8}}\cdot\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{35}_{7}}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot 7}=\frac{1}{14}$

Pentru a înmulți o fracție cu o altă fracție, înmulțim numărătorii între ei și numitorii între ei. $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$

3. Observă!

a) $\frac{3}{8}\cdot\frac{7}{11}=\frac{3\cdot 7}{8\cdot 11}=\frac{7\cdot 3}{11\cdot 8}=\frac{7}{11}\cdot\frac{3}{8}$

Înmulțirea a două fracții este comutativă. $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}$

b) $\left(\frac{9}{5}\cdot\frac{4}{13}\right)\cdot\frac{7}{41}=\frac{9\cdot 4}{5\cdot 13}\cdot\frac{7}{41}=\frac{9\cdot 4\cdot 7}{5\cdot 13\cdot 41}=\frac{9}{5}\cdot\frac{4\cdot 7}{13\cdot 41}=\frac{9}{5}\cdot\left(\frac{4}{13}\cdot\frac{7}{41}\right)$

Înmulțirea a două fracții este asociativă. $\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\cdot\frac{e}{f}=\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\right)$

c) $\frac{3}{8}\cdot 1=\frac{3\cdot 1}{8}=\frac{1\cdot 3}{8}=1\cdot\frac{3}{8}=\frac{3}{8}$

$1=\frac{1}{1}$ este element neutru față de înmulțirea fracțiilor.

d) Avem: $\frac{7}{12}\cdot\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{8}\right)=\frac{7}{12}\cdot\frac{4}{8}=\frac{28}{96}$ și $\frac{7}{12}\cdot\frac{3}{8}+\frac{7}{12}\cdot\frac{1}{8}=\frac{21}{96}+\frac{7}{96}=\frac{28}{96}$

$\frac{7}{12}\cdot\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{8}\right)=\frac{7}{12}\cdot\frac{3}{8}+\frac{7}{12}\cdot\frac{1}{8}$

$\frac{7}{12}\cdot\left(\frac{3}{8}-\frac{1}{8}\right)=\frac{7}{12}\cdot\frac{2}{8}=\frac{14}{96}$ și $\frac{7}{12}\cdot\frac{3}{8}-\frac{7}{12}\cdot\frac{1}{8}=\frac{21}{96}-\frac{7}{96}=\frac{14}{96}$

$\frac{7}{12}\cdot\left(\frac{3}{8}-\frac{1}{8}\right)=\frac{7}{12}\cdot\frac{3}{8}-\frac{7}{12}\cdot\frac{1}{8}$

Înmulțirea fracțiilor este distributivă față de adunare sau scădere.

$\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{d}\right)=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{d}$

$\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}-\frac{e}{d}\right)=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}-\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{d}$

Lucrez

1. Efectuează:

a) $\frac{2}{5}\cdot\frac{6}{7}$ b) $\frac{11}{12}\cdot\frac{3}{35}$ c) $\frac{1}{21}\cdot\frac{3}{55}\cdot\frac{11}{23}\cdot\frac{7}{2}$

d) $\frac{32}{3}\cdot\frac{25}{4}$ e) $\frac{101}{15}\cdot\frac{36}{202}$ f) $\frac{210}{9}\cdot\frac{8}{315}$

2. Calculează folosind factorul comun:

a) $\frac{7}{12}\cdot\frac{23}{27}+\frac{7}{12}\cdot\frac{4}{27}$

b) $\frac{17}{15}\cdot\frac{2}{34}+\frac{51}{5}\cdot\frac{2}{34}$

c) $\frac{24}{35}\cdot\frac{18}{25}+\frac{24}{35}\cdot\frac{2}{15}+\frac{24}{35}\cdot\frac{11}{75}$

d) $\frac{12}{49}\cdot\frac{81}{25}-\frac{1}{35}\cdot\frac{12}{5}+\frac{4}{25}\cdot\frac{12}{49}$

3. Calculează produsul $\frac{a}{b}\cdot\frac{9}{14}$ pentru următoarele valori ale fracției $\frac{a}{b}$.

a) $\frac{91}{18}$ b) $\frac{14}{66}$ c) $\frac{35}{54}$ d) $\frac{26}{108}$

4. Calculează produsul $\frac{5}{36}\cdot\frac{a}{b}$ pentru următoarele valori ale fracției $\frac{a}{b}$.

a) $\frac{8}{15}$ b) $\frac{63}{60}$ c) $\frac{48}{45}$ d) $\frac{63}{110}$

5. Calculează.

a) $\frac{1}{12}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{16}{25}+\frac{1}{15}\cdot\frac{33}{4}\cdot\frac{28}{55}$

b) $\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{12}\cdot\frac{7}{10}+\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{15}$

6. a) Calculează.

$a=\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{7}{8}$

$b=\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{8}{9}$

b) Reprezintă pe axă fracțiile obținute.
c) Compară fracțiile *a* și *b*.

7. a) Calculează.

$a=\left(\frac{12}{5}+\frac{3}{2}\right)\left(\frac{12}{5}-\frac{3}{2}\right)\cdot\frac{5}{13}$

$b=\left(\frac{13}{5}-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{13}{5}+\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{5}{21}\cdot\frac{81}{29}$

b) Scoate întregii din fiecare fracție și compară *a* cu *b*.

8. Calculează.
$A=(a-b)\cdot(a+c)\cdot(a-c)(a+b)$, pentru:

a) $a=\frac{11}{3}, b=\frac{1}{2}, c=\frac{2}{5}$;

b) $a=\frac{12}{5}, b=\frac{2}{3}, c=\frac{3}{4}$;

c) $a=\frac{21}{2}, b=\frac{13}{6}, c=\frac{2}{3}$.

9. Fie fracțiile $\frac{3}{2}, \frac{13}{6}, \frac{2}{3}$.
Calculează:
a) produsul dintre cea mai mare și cea mai mică dintre fracțiile date;
b) produsul dintre suma celor mai mici fracții cu diferența dintre cea mai mare și cea mai mică.

10. Cu următoarele fracții: $\frac{5}{6}; \frac{12}{13}; \frac{17}{34}; \frac{2}{1}; \frac{13}{12}; \frac{12}{10}$, realizează înmulțiri care au produsul egal cu 1.

Test Alege varianta corectă.

	A	B	C
1. Produsul fracțiilor $\frac{12}{85}$ și $\frac{51}{16}$ este:	$\frac{27}{17}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{12}{16}$
2. Dacă $a=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}$ și $b=\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}$, atunci:	$a<b$	$a>b$	$a=b$

13. Împărțirea fracțiilor

Observ. Descopăr. Înțeleg

• În curtea școlii este un teren pe care se plantează flori. Pe o pătrime s-au plantat panseluțe, iar pe restul terenului se plantează, în mod egal, lalele, narcise și zambile. Ce parte din teren se plantează cu narcise?

O pătrime se scrie $\frac{1}{4}$. Atunci restul terenului este $\frac{4}{4}-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

Dacă împărțim în mod egal, avem evident $\frac{3}{4}:3=\frac{3:3}{4}=\frac{1}{4}$.

Observăm că putem scrie $\frac{3}{4}:3=\frac{3}{4}:\frac{3}{1}=\frac{\cancel{3}^{1}}{4}\cdot\frac{1}{\cancel{3}_{1}}=\frac{1}{4}$.

• Observă fracțiile $\frac{8}{9}$ și $\frac{9}{8}$. Care este legătura dintre ele? Numărătorul uneia este numitorul celeilalte.

Spunem că $\frac{9}{8}$ este inversa fracției $\frac{8}{9}$, iar $\frac{8}{9}$ este inversa fracției $\frac{9}{8}$.

Rețin

Dacă a și b sunt numere naturale nenule, atunci fracția $\frac{b}{a}$ este inversa fracției $\frac{a}{b}$, iar fracția $\frac{a}{b}$ este inversa fracției $\frac{b}{a}$.

Să facem produsul $\frac{8}{9}\cdot\frac{9}{8}=\frac{8\cdot 9}{9\cdot 8}=1$

Produsul unei fracții cu inversa ei este egal cu 1. $\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=1$

Rețin

Câtul fracțiilor $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ este egal cu produsul primei fracții cu inversa celei de-a doua. $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$

Lucrez

1. Scrie inversa fiecăreia dintre următoarele fracții.

a) $\frac{12}{41}$; b) $\frac{35}{42}$; c) $\frac{74}{33}$; d) $\frac{110}{214}$.

2. Efectuează împărțirile următoare. Exprimă rezultatul sub formă de fracție ireductibilă.

a) $\frac{25}{32}:\frac{15}{24}$; b) $\frac{51}{26}:\frac{84}{91}$; c) $\frac{117}{42}:\frac{198}{119}$; d) $\frac{36}{49}:\frac{84}{81}$.

3. Efectuează:

a) $\frac{123}{31}:\left(\frac{17}{18}\cdot\frac{18}{17}\right)$; b) $\frac{39}{45}:\left(\frac{107}{189}\cdot\frac{189}{107}\right)$.

4. Efectuează și compară rezultatele:

a) $\frac{56}{17}:\frac{18}{35}:\frac{42}{128}$ și $\frac{56}{17}:\left(\frac{18}{35}\cdot\frac{42}{128}\right)$;

b) $\frac{612}{35}:\frac{81}{14}:\frac{34}{15}$ și $\frac{612}{35}:\left(\frac{81}{14}\cdot\frac{34}{15}\right)$.

Împărțirea nu are proprietățile înmulțirii, dar avem:

$\frac{a}{b}:1=\frac{a}{b}$ și $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}:\frac{e}{f}=\frac{a}{b}:\left(\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\right)$

14. Ridicarea la putere a unei fracții

Observ. Descopăr. Înțeleg

La fel ca la numerele naturale, avem: $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\underbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ldots\cdot\frac{a}{b}}_{\text{de } n \text{ ori}}$. Putem scrie $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

Rețin

Pentru a ridica o fracție la o putere, ridicăm atât numărătorul, cât și numitorul la puterea respectivă. De asemenea, avem aceleași reguli de calcul ca la numere naturale:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}\qquad \left(\frac{a}{b}\right)^m:\left(\frac{a}{b}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}\qquad \left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m\cdot n}$$

Lucrez

1. Observă modelul:

$$\left(3\frac{2}{5}\right)^2=\left(\frac{3\cdot5+2}{5}\right)^2=\left(\frac{17}{5}\right)^2=\frac{289}{25}$$

Calculează asemănător:

a) $\left(1\frac{2}{3}\right)^4$; b) $\left(7\frac{1}{4}\right)^3$; c) $\left(9\frac{1}{7}\right)^3$;

d) $\left(13\frac{2}{3}\right)^2$; e) $\left(206\frac{17}{35}\right)^0$.

2. Aplică regulile de calcul cu puteri și scrie rezultatul ca o putere a unei fracții:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{12}$; b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{15}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{27}$;

c) $\left(\frac{11}{31}\right)^5\cdot\left(\frac{11}{31}\right)^{54}$; d) $\left(\frac{32}{7}\right)^{21}\cdot\left(\frac{32}{7}\right)^{120}$.

3. Scrie rezultatul ca o putere a unei fracții:

a) $\left(\frac{31}{2}\right)^{45}:\left(\frac{31}{2}\right)^{24}$; b) $\left(\frac{35}{4}\right)^{89}:\left(\frac{35}{4}\right)^{74}$;

c) $\left(\frac{101}{3}\right)^{64}:\left(\frac{101}{3}\right)^{58}$; d) $\left(\frac{52}{17}\right)^{18}:\left(\frac{52}{17}\right)^{12}$.

e) $\left[\left(\frac{2}{2}\right)^3\right]^4$; f) $\left[\left(\frac{17}{11}\right)^2\right]^7$;

g) $\left[\left(\frac{25}{23}\right)^{17}\right]^2$; h) $\left[\left(1\frac{2}{8}\right)^5\right]^{11}$.

Operațiile cu fracții ordinare se efectuează în aceeași ordine ca și operațiile cu numere naturale.

4. Calculează:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; b) $\left(\frac{5}{9}\right)^3$; c) $\left(\frac{11}{23}\right)^2$; d) $\left(\frac{24}{31}\right)^2$.

5. Calculează:

* a) $\left\{\frac{36}{5}:\left[\left(\frac{9}{5}\right)^2\cdot2^2\right]+\frac{28}{3}:\frac{42}{4}\right\}:\left\{\frac{18}{7}:\left[\left(\frac{7}{8}\right)^2\cdot3^2\right]+\frac{25}{2}:\frac{2}{5}\right\}^0$

b) $\left\{\frac{9^2}{1+2^2}:\left[\left(\frac{3^2}{5}\right)^2\cdot(8:2^2)\right]+\frac{2^2\cdot(8-7^0)}{27:3^2}:\frac{2\cdot5^2-2^3}{10-2\cdot3}\right\}:\left(\frac{9}{7}:\frac{8}{7}-\frac{2^0}{2}:\frac{7}{5^0}\right)$

Test Alege varianta corectă.

	A	B	C
1. $\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2:\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)=$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{3}$
2. $\frac{13}{25}:\frac{26}{75}+\left(\frac{3}{2}\right)^2\cdot\frac{10}{27}=$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{3}$

IV 15. Aflarea unei fracții dintr-un număr sau o fracție

Observ. Descopăr. Înțeleg

1. Irina și Elena au decis să culeagă o parte din cele 10 kg de vișine, din care bunica va prepara sirop și dulceață.

Irina a cules $\frac{2}{5}$ din cantitatea propusă, iar Elena, $\frac{3}{10}$.

Ce cantitate de vișine a cules fiecare fată?

Rezolvare:

Irina a cules $\frac{2}{5}$ din cele 10 kg.

Reprezentăm grafic:

$\frac{1}{5}$ din 10 kg $= 10\text{ kg}\cdot\frac{1}{10}=\frac{10\cdot 1}{5}=2\text{ kg}$

$\frac{2}{5}$ din 10 kg $= 10\text{ kg}\cdot\frac{1}{5}\cdot 2=4\text{ kg}$

Așadar, Irina a cules 4 kg de vișine.

Elena a cules $\frac{3}{10}$ din cele 10 kg.

Reprezentăm grafic:

$\frac{1}{10}$ din 10 kg $= 10\text{ kg}\cdot\frac{1}{10}=\frac{10\cdot 1}{10}=1\text{ kg}$

$\frac{3}{10}$ din 10 kg $= 10\text{ kg}\cdot\frac{1}{10}\cdot 3=3\text{ kg}$

Așadar, Elena a cules 3 kg de vișine.

Rețin

Pentru a afla o fracție dintr-un număr natural, înmulțim fracția cu numărul.

$$\frac{a}{b}\text{ din } N=\frac{a}{b}\cdot N=\frac{a\cdot N}{b}$$

2. La o școală, în *Săptămâna altfel* elevii claselor a V-a au participat la diverse activități.

$\frac{8}{15}$ dintre aceștia au vizitat un muzeu din București.

Muzeul Antipa a fost vizitat de $\frac{1}{4}$ dintre ei, $\frac{9}{16}$ dintre ei au vizitat Muzeul de Artă, iar restul au vizitat Muzeul Enescu.

Ce fracție din numărul elevilor de clasa a V-a reprezintă numărul celor care au vizitat Muzeul Enescu?

Rezolvare:

Elevii care au vizitat Muzeul Antipa: $\frac{1}{4}\text{ din }\frac{8}{15}=\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{15}=\frac{1\cdot 8}{4\cdot 15}=\frac{8^{(4}}{60}=\frac{2}{15}$

Elevii care au vizitat Muzeul de Artă: $\frac{9}{16}\text{ din }\frac{8}{15}=\frac{9}{16}\cdot\frac{8}{15}=\frac{9\cdot 8}{16\cdot 15}=\frac{72^{(24}}{240}=\frac{3}{10}$

Elevii care au vizitat Muzeul Enescu: $\frac{8}{15}-\left({}^{2)}\frac{2}{15}+{}^{3)}\frac{3}{10}\right)={}^{2)}\frac{8}{15}-\frac{13}{30}=\frac{16}{30}-\frac{13}{30}=\frac{3^{(3}}{30}=\frac{1}{10}$

Rețin

Pentru a afla o fracție dintr-o fracție, înmulțim fracțiile.

$$\frac{a}{b}\text{ din }\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Lucrez

1. Maria are de rezolvat 8 probleme. A rezolvat deja $\frac{3}{4}$ din ele. Câte probleme mai are de rezolvat?

2. Ionel a fost la pescuit. A prins 15 pești, dintre care $\frac{3}{5}$ sunt carași, iar restul sunt crapi.
Câți pești de fiecare fel a prins Ionel?

3. ***Matematica și biologia***
Corpul omenesc conține aproximativ 65% apă. Aproximativ 70% din aceasta se află în celulele corpului.
Află care este masa apei conținută în celulele corpului, dacă acesta cântărește:
a) 60 kg; b) 40 kg; c) 80 kg.

4. Într-un club sportiv sunt înscriși 1 680 de copii. Observă tabelul de mai jos.

Disciplina sportivă	Procentul
Atletism	20%
Baschet	15%
Fotbal	25%
Handbal	$\frac{35}{2}$ %
Judo	5%
Lupte libere	$\frac{15}{2}$ %
Volei	10%

Află câți copii practică fiecare sport.

5. Află:

a) $\frac{5}{12}$ din 72 m b) $\frac{4}{7}$ din 175 ore
c) $\frac{26}{11}$ din 7 821 ℓ d) $\frac{24}{13}$ din 221 minute
e) $\frac{35}{36}$ din 900 kg f) $\frac{13}{72}$ din 360 zile

6. Află:

a) $\frac{2}{7}$ din $\frac{35}{12}$ b) $\frac{5}{12}$ din $\frac{54}{84}$
c) $\frac{52}{49}$ din $\frac{56}{13}$ d) $\frac{9}{5}$ din $\frac{85}{33}$
e) $\frac{43}{42}$ din $\frac{90}{86}$ f) $\frac{43}{31}$ din $\frac{62}{95}$

7. După modelul:

$$24\% \text{ din } 500 = \frac{24}{100} \cdot 500 = \frac{24 \cdot 500}{100}^{(100} = 120,$$

determină:
a) 42% din 300 b) 17% din 1200
c) 36% din 500 d) 26% din 500

8. Află:
a) 5% din 320 b) 80% din 475
c) 20% din 265 d) 10% din 790
e) 25% din 864 f) 50% din 678
g) 60% din 685 h) 75% din 968

Rețin

Verifică și reține următoarele rezultate:

$1\% = \frac{1}{100}$ $2\% = \frac{1}{50}$ $4\% = \frac{1}{25}$ $5\% = \frac{1}{20}$

$10\% = \frac{1}{10}$ $20\% = \frac{1}{5}$ $25\% = \frac{1}{4}$ $40\% = \frac{2}{5}$

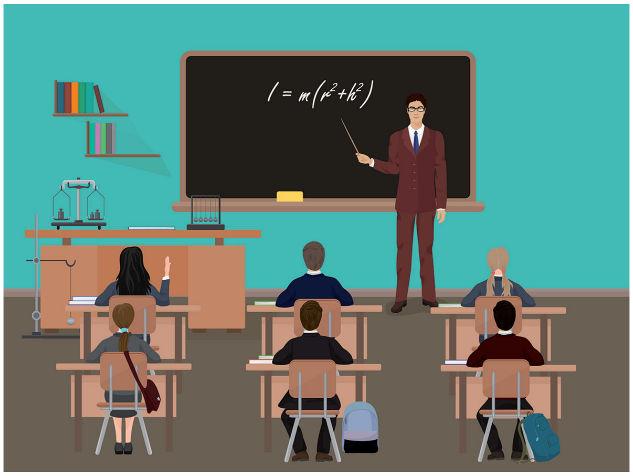
$50\% = \frac{1}{2}$ $60\% = \frac{3}{5}$ $75\% = \frac{3}{4}$ $80\% = \frac{4}{5}$

1% din $a = a : 100$ 2% din $a = a : 50$
4% din $a = a : 25$ 5% din $a = a : 20$
10% din $a = a : 10$ 20% din $a = a : 5$
25% din $a = a : 4$ 50% din $a = a : 2$

IV

16. Probleme

1. În clasa a V-a A sunt 30 de elevi. $\frac{3}{5}$ dintre ei sunt fete, iar restul sunt băieți.
Află câte fete și câți băieți sunt în acea clasă.



2. Maria a fost plecată într-o excursie timp de 4 zile. În prima zi a cheltuit 25% din banii pe care îi avea. În fiecare din zilele a doua și a treia a cheltuit cu 5 lei mai mult decât în ziua anterioară. Suma cheltuită în ziua a patra reprezintă 40% din cât a cheltuit în a doua și a treia zi la un loc. Știind că a cheltuit toți banii pe care îi avea, află ce sumă a cheltuit în fiecare din cele 4 zile.

3. La un concurs de ghicitori s-au acordat 3 premii însumând 380 lei. Află suma primită de cei 3 copii, știind că suma primită de unul dintre ei este egală cu 30% din suma altui copil și, în același timp, egală cu jumătate din suma primită de al treilea copil.

4. Un turist a parcurs un traseu în 4 zile. În prima zi a parcurs $\frac{3}{11}$ din tot traseul. A doua zi a parcurs $\frac{3}{8}$ din distanța rămasă, a treia zi $\frac{3}{5}$ din noul rest, iar în a patra zi, restul, adică 28 km.
Află ce distanță a parcurs în total și cât a parcurs în fiecare din cele 4 zile.

5. În timpul vacanței de primăvară, Ioana petrece zilnic 4 ore în parc.
O treime din acest timp îl petrece jucând badminton, $\frac{1}{4}$ merge cu bicicleta, iar restul timpului joacă șotron cu prietenele sale.
Cât durează fiecare din activitățile din parc ale Ioanei?

6. Perimetrul unui pătrat este egal cu $\frac{4}{7}$ din perimetrul unui dreptunghi. Determină latura pătratului, știind că lungimea dreptunghiului este cu 15 dm mai mare decât lățimea și de 6 ori mai mare decât aceasta.

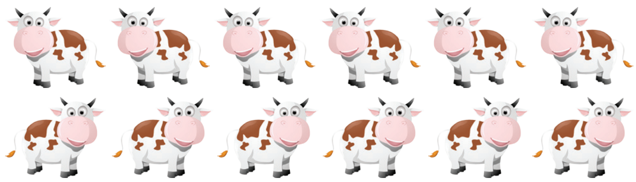
7. În cămara bunicii sunt 12 kg de zahăr, făină și orez. Cantitatea de orez este de două ori mai mică decât cea de zahăr și de trei ori mai mică decât cantitatea de făină.
Află cantitățile din fiecare aliment.

8. Pentru prepararea unui compot asortat, mama a utilizat mere, pere și gutui. Numărul merelor reprezintă $\frac{3}{7}$ din numărul total al fructelor, gutuile sunt $\frac{2}{5}$ din rest și încă 10, iar restul, 62, sunt pere.
Determină câte mere și câte gutui s-au folosit la compot.

9. * Într-o livadă s-au plantat meri, peri, pruni și piersici. Pe $\frac{1}{8}$ din suprafață s-au plantat piersici, pe $\frac{3}{7}$ din rest s-au plantat meri, pe o suprafață cât jumătate din cea plantată cu meri și cu piersici s-au plantat peri, iar pe restul terenului, 24 hectare, s-au plantat pruni.
(1 hectar, notat 1 ha, este suprafața unui pătrat cu latura de 100 m)
Află pe ce suprafață s-a plantat fiecare tip de pomi.

10. Clasa lui Marian a plecat în excursie. După ce au parcurs $\frac{5}{17}$ din traseu și încă 114 km, au constatat că parcurseseră $\frac{2}{3}$ din drum.
Care a fost lungimea traseului?

11. La o fermă sunt 12 vaci. Din laptele colectat zilnic, $\frac{1}{4}$ se reține pentru consumul propriu, $\frac{2}{3}$ din rest se folosesc la prepararea brânzei, iar din rest, 36 de litri, se prepară smântână.
Care este cantitatea medie de lapte produsă zilnic de fiecare vacă?



12. Ionuț avea un bol cu alune. După ce a mâncat $\frac{1}{3}$ din ele și încă 25 a constatat că mai are un sfert din câte a avut la început. Câte alune a avut la început și câte a mâncat?

13. * Două numere au suma egală cu 351. Determină numerele știind că diferența dintre ele este de 7 ori mai mare decât o treime din numărul mai mic.

14. În vacanța de iarnă, Tudor și Ioana au fost la munte. Acolo un făcut un castel din bulgări de zăpadă. Află câți bulgări au folosit, știind că Ioana a făcut de două ori mai mulți decât Tudor și, în același timp, numărul bulgărilor săi este cu 2^7 mai mare decât ai lui Tudor.

Gândesc creativ

Ai două fitile de lumânare. Când este aprins la un capăt, fiecare din ele arde complet în exact o oră. *Poți măsura 45 de minute folosind doar aceste două fitile și o brichetă?*

IV Recapitulare

1. Scrie fracțiile subunitare care au la numitor 2 sau 3.

2. Scrie fracțiile supraunitare care au la numărător 2 sau 3.

3. Află valoarea lui a astfel încât fracțiile de mai jos să fie echiunitare:

a) $\frac{3}{a+1}$; b) $\frac{a+2}{5}$;
c) $\frac{3+a}{6}$; d) $\frac{a-5}{8}$;
e) $\frac{2a}{8}$; f) $\frac{3a}{15}$;
g) $\frac{a:5}{4}$; h) $\frac{2a+1}{7}$.

4. Reprezintă pe axa numerelor:

a) $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{10}$; b) $\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{5}{6}$;
c) $\frac{2}{5};\frac{7}{10};\frac{1}{2}$; d) $\frac{1}{4};\frac{5}{4};\frac{5}{2}$.

5. Compară fracțiile:

a) $\frac{7}{8}$ și $\frac{3}{8}$; b) $\frac{9}{5}$ și $\frac{9}{4}$; c) $\frac{2}{3}$ și $\frac{3}{4}$.

6. Simplifică fracțiile:

a) $\frac{12}{36}$; b) $\frac{75}{90}$; c) $\frac{88}{352}$; d) $\frac{102}{306}$.

7. Care dintre următoarele fracții sunt ireductibile?

a) $\frac{35}{98}$; b) $\frac{111}{57}$; c) $\frac{33}{91}$; d) $\frac{202}{360}$;
e) $\frac{17}{32}$; f) $\frac{12}{19}$; g) $\frac{34}{51}$; h) $\frac{20}{37}$.

8. Adu la același numitor următoarele fracții:

a) $\frac{3}{5};\frac{9}{2};\frac{7}{4}$; b) $\frac{19}{3};\frac{8}{21};\frac{5}{7}$;
c) $\frac{75}{35};\frac{39}{91};\frac{187}{77}$; d) $\frac{7}{8};\frac{9}{12};\frac{5}{48}$.

9. Efectuează operațiile:

a) $\frac{37}{12}+\frac{19}{3}-\frac{11}{4}$; b) $\frac{36}{5}-\frac{7}{15}-\frac{5}{3}$;
c) $\frac{25}{7}-\frac{3}{11}+\frac{8}{77}$; d) $\frac{111}{8}-\frac{39}{12}-\frac{7}{4}$.

10. Efectuează operațiile. Exprimă rezultatul sub formă de fracție ireductibilă, apoi scoate întregii din fracție, dacă este posibil.

a) $\frac{306}{14}\cdot\frac{18}{85}\cdot\frac{56}{3}$ b) $\frac{68}{15}:\frac{26}{25}:\frac{17}{3}$;
c) $\frac{48}{35}:\frac{39}{7}\cdot\frac{143}{60}$; d) $\frac{111}{8}-\frac{39}{12}-\frac{7}{4}$.

11. Scrie ca o putere a unei fracții.

* a) $\left(\frac{17}{25}\right)^2\cdot\left(\frac{17}{25}\right)^8$; b) $\left(\frac{30}{7}\right)^{21}:\left(\frac{30}{7}\right)^{12}$;
c) $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^8$ d) $\left(\frac{111}{8}-\frac{39}{12}-\frac{7}{4}\right)^0$.

12. Un televizor costa 1 230 lei. Care este prețul său după o ieftinire cu 20%?

13. Maria are 125 de mărgele albe, roșii și portocalii. Două cincimi din ele sunt albe, iar $\frac{7}{15}$ din restul mărgelelor sunt portocalii.

Află, în două moduri, numărul mărgelelor de fiecare culoare.

14. Un dispozitiv de stocare a informațiilor costa 450 lei. Inițial, prețul a fost mărit cu 10%, după care a fost micșorat cu 20% din noul preț. Care este prețul final?

START

1. Reprezintă pe axa numerelor fracţiile:
a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{1}{5}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{5}{8}$.

2. Scrie toate fracţiile la care numărătorul este cuprins între 4 şi 8, iar numitorii între 3 şi 7, apoi selectează dintre ele:
a) fracţiile subunitare;
b) fracţiile echiunitare;
c) fracţiile supraunitare.

3. Ordonează fracţiile:
a) crescător $\frac{15}{28}$; $\frac{9}{28}$; $\frac{31}{28}$; $\frac{17}{28}$; $\frac{5}{28}$;
b) descrescător $\frac{24}{7}$; $\frac{24}{9}$; $\frac{24}{11}$; $\frac{24}{5}$; $\frac{24}{2}$.

4. Simplifică fracţiile următoare astfel încât să obţii fracţii ireductibile:
a) $\frac{45}{27}$; b) $\frac{350}{280}$.

5. Calculează:
a) $\frac{5}{9}$ din 360 lei; b) $\frac{7}{5}$ din 540 kg;
c) $\frac{3}{7}$ din ($\frac{28}{81}$ din 135 ℓ).

6. Calculează:
a) $\frac{11}{15}+\frac{7}{15}-\frac{8}{15}$; b) $\frac{23}{24}+\frac{17}{36}-\frac{91}{72}$;
c) $\frac{17}{2}-\left[\left(\frac{8}{3}-\frac{7}{24}\right)-\frac{11}{8}\right]-\frac{23}{4}$
d) $\frac{24}{35}\cdot\frac{7}{27}$; e) $\frac{72}{49}:\frac{8}{7}$;
f) $\frac{18}{5}:\left[\left(\frac{9}{8}\cdot\frac{24}{35}\right):\frac{81}{7}\right]$

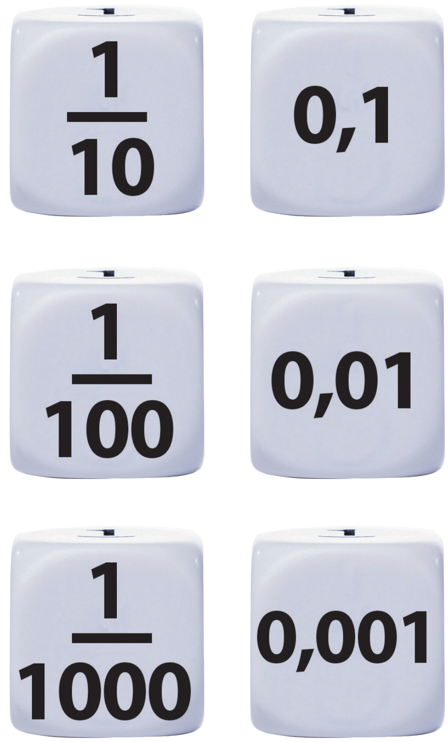
7. Un magazin a scumpit cu 10% un obiect care costa 300 lei. După un timp, l-a ieftinit cu 10%. Cât costă obiectul după ieftinire?

STOP

Numărul exercițiului	1	2	3	4	5	6	7	oficiu
Punctaj	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	30 p	10 p	10 p

Unitatea V

Fracții zecimale



Pe parcursul acestei unități vei exersa:

- Identificarea fracţiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
- Identificarea noţiunilor geometrice elementare şi a unităţilor de măsură în diferite contexte
- Efectuarea de calcule cu numere naturale, fracţii ordinare sau zecimale, folosind proprietăţi ale operaţiilor aritmetice
- Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operaţiilor cu fracţii ordinare sau zecimale
- Utilizarea limbajului specific fracţiilor /procentelor în situaţii date
- Analizarea unor situaţii date în care intervin fracţii pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- Modelarea matematică a unei situaţii date cu numere naturale, fracţii ordinare sau zecimale, rezolvarea problemei obţinute prin metode aritmetice şi interpretarea rezultatului
- Reprezentarea matematică a unei situaţii date, provenite din practică, în context intra şi interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

Matematica de lângă noi

Proiect — Tema 5 **Fracții ordinare și zecimale speciale.**

clic

Structura proiectului

1 Dacă a este un număr natural mai mare sau egal cu 2 și mai mic sau egal cu 10, verifică următoarele egalități:

1) $a \cdot \dfrac{a}{a-1} = a + \dfrac{a}{a-1}$

2) $a \cdot \dfrac{a}{a+1} = a - \dfrac{a}{a+1}$

3) $\dfrac{1}{a} \cdot \dfrac{1}{a+1} = \dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{a+1}$

2 Verifică dacă egalitățile sunt adevărate și pentru valori naturale ale lui a mai mari decât 10, transformând fracțiile ordinare din cele trei egalități în fracții zecimale cu ajutorul calculatorului.

Pentru fiecare egalitate, dă trei exemple, după modelul:

1) $21 \cdot 1{,}05 = 21 + 1{,}05$

2) $15 \cdot 0{,}9375 = 15 - 0{,}9375$

3) $0{,}0(6) \cdot 0{,}0625 = 0{,}0(6) - 0{,}0625$

3 Cele trei egalități sunt adevărate pentru orice număr natural mai mare decât 1. Așadar există numere raționale pozitive, de anumite forme, al căror produs este egal cu suma sau diferența lor.

4 Toate calculele și transformările le vei scrie pe foi albe format A4 și le adaugi la portofoliul personal.

Hm... oare la ce folosește asta?

1. Fracții zecimale

Observ. Descopăr. Înțeleg

Pentru participarea la finala națională a Campionatului de Handbal, Consiliul Local a hotărât să sprijine financiar achiziționarea unui set nou de echipament pentru echipa de handbal a școlii. După achitarea tuturor comisioanelor bancare, Asociația sportivă are în cont suma de 4 675 lei. Știind că echipa de handbal este formată din 7 jucători și trei rezerve, află care este suma de bani ce revine fiecărui membru al echipei.

Rezolvare:

Sunt 10 membri în echipă, iar suma este de 4 675 lei. Avem relația $4\,675 = 10 \cdot 467 + 5$.

Fiecare membru va avea alocată suma de 467 lei și mai rămâne un rest de 5 lei. 5 lei = 500 bani

Împărțim din nou la numărul de sportivi.

Fiecărui sportiv îi revine suma de 467 lei și 50 bani.

Acest calcul matematic poate fi scris și în forma

$$\frac{4\,675}{10}=\frac{4\,670+5}{10}=\frac{4\,670}{10}+\frac{5}{10}=467+\frac{5}{10}=467+0{,}5=467{,}5.$$

Numere de tipul 1,53 sau 51,4 le întâlnim deseori când vorbim despre înălțimea colegului de bancă (măsurată în metri) sau despre greutatea sa (măsurată în kilograme).

În exemplul anterior, am observat că acei 5 lei care rămâneau ca rest au fost transformați în 500 de bani, ceea ce a permis împărțirea în continuare. Așadar, putem întâlni aceeași valoare numerică scrisă sub forma $\frac{5}{10}$ sau sub forma 0,5.

Rețin

Fracția $\frac{1}{10}$ reprezintă „o zecime”, se scrie 0,1 și se citește „zero virgulă unu”.

Fracția $\frac{1}{100}$ reprezintă „o sutime”, se scrie 0,01 și se citește „zero virgulă zero unu”.

Fracția $\frac{1}{1\,000}$ reprezintă „o miime”, se scrie 0,001 și se citește „zero virgulă zero zero unu”.

Aplicând același raționament, vom obține: $\frac{1}{10^n}=0{,}\underbrace{00\ldots01}_{n\text{ cifre}}$, unde n este un număr natural.

Pentru fracția $\frac{4\,675}{1\,000}$, putem scrie:

$$\frac{4\,675}{1\,000}=\frac{4\,000+600+70+5}{1\,000}=\frac{4\,000}{1\,000}+\frac{600}{1\,000}+\frac{70}{1\,000}+\frac{5}{1\,000}=\frac{4}{1}+\frac{6}{10}+\frac{7}{100}+\frac{5}{1\,000}$$

$$\frac{4}{1}+\frac{6}{1}\cdot\frac{1}{10}+\frac{7}{1}\cdot\frac{1}{100}+\frac{5}{1}\cdot\frac{1}{1\,000}=4+6\cdot\frac{1}{10}+7\cdot\frac{1}{100}+5\cdot\frac{1}{1\,000}$$

În cazul fracției $\frac{4\,675}{1\,000}$ spunem că 4 este cifra unităților, 6 reprezintă cifra zecimilor, 7 este cifra sutimilor și 5 este cifra miimilor. Această fracție poate fi scrisă 4,675 și se citește „patru virgulă șase sute șaptezeci și cinci”.

Rețin

Orice fracție al cărei numitor este o putere nenulă a lui 10 se poate reprezenta într-o nouă formă, scriind doar numărătorul fracției și despărțind cifrele numărătorului prin virgulă.

Aceasta se trece numărând de la dreapta către stânga tot atâtea cifre câte zerouri are numitorul. Dacă este nevoie (numărătorul are mai puține cifre decât zerourile numitorului) se scriu zerouri în fața numărătorului.

Exemple: $\frac{4\,675}{1\,000} = 4{,}675$; $\frac{27}{10} = 2{,}7$; $\frac{45}{1\,000} = 0{,}045$; $\frac{6}{1\,000} = 0{,}006$; $\frac{2\,039}{1\,000} = 2{,}039$.

Rețin

Pentru orice fracție ordinară, scrierea cu „virgulă” se numește *scrierea unei fracții ordinare sub formă de fracție zecimală.*

Vom spune că fracția ordinară $\frac{4\,675}{1\,000}$ scrisă sub formă de fracție zecimală este 4,675.

Rețin

Orice fracție zecimală este formată din două părți, despărțite prin virgulă:
- *partea întreagă* – numărul natural care se află în stânga virgulei;
- *partea zecimală* – secvența de cifre aflate în partea dreaptă a virgulei. Aceste cifre se numesc *zecimale*.

$$\underbrace{4}_{\text{partea întreagă}},\underbrace{675}_{\text{partea zecimală}}$$

Observații:

1) O fracție zecimală poate fi scrisă ca o sumă de fracții ordinare:

$\overline{n,abc} = n + \frac{a}{10} + \frac{b}{100} + \frac{c}{1\,000}$.

Exemplu: $45{,}258 = 45 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{8}{1000}$.

2) Echivalența fracțiilor ordinare $\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = \frac{700}{1\,000} = \frac{7\,000}{10\,000}$ duce la scrierea lor sub formă de fracție zecimală: 0,7 = 0,70 = 0,700 = 0,7000. Așadar, adăugarea de zerouri după partea zecimală conduce către aceeași fracție zecimală.

Trecerea de la forma de scriere ca fracție ordinară la forma de fracție zecimală se poate face din ambele direcții. Până acum am văzut cum se poate scrie o fracție ordinară cu numitorul putere nenulă a lui 10, sub formă de fracție zecimală.

Rețin

Orice fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule se poate transforma în fracție ordinară. Pentru aceasta, vom scrie fracția ordinară care va avea ca numărător numărul format cu partea întreagă și partea zecimală, dar fără virgulă, iar ca numitor, numărul format din 1 și tot atâtea zerouri câte zecimale sunt.

Exemple: $5{,}36 = \frac{536}{100}$; $29{,}5 = \frac{295}{10}$; $0{,}000002 = \frac{2}{1\,000\,000}$;

Observă: $\overline{n,abc} = \frac{\overline{n\,abc}}{1\,000}$.

Lucrez

1. Se consideră fracția zecimală 458,345. Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:
a) Cifra sutelor este egală cu … .
b) Cifra sutimilor este egală cu … .
c) Partea întreagă a fracției zecimale este egală cu … .
d) Cifra unităților este egală cu … .
e) Cifra miimilor este egală cu ….
f) Cifra zecimilor este egală cu … .

2. Scrie sub formă de fracție zecimală următoarele fracții:

$\frac{75}{10}$; $\frac{4}{100}$; $\frac{3472}{1\,000}$; $\frac{7}{1\,000\,000}$; $\frac{4\,905}{100}$; $\frac{21}{1\,000}$; $\frac{500}{10\,000}$; $\frac{679\,043}{10}$; $\frac{778\,899}{10\,000}$; $\frac{3\,467\,892}{10^8}$; $\frac{415}{1\,000}$; $\frac{14}{10^3}$; $\frac{10}{100}$; $\frac{17}{10\,000}$; $\frac{475}{10}$

3. Completează următorul tabel după modelul dat:

Fracția zecimală	sute de mii	zeci de mii	mii	sute	zeci	unități		zecimi	sutimi	miimi	zeci de miimi
561,49				5	6	1	,	4	9		
0,4589							,				
589 354,35							,				
2 876,412							,				
3,458900							,				
34,43							,				
11 111,11							,				
400,5897							,				
30,4002							,				

4. Dă cinci exemple de fracții zecimale în care partea întreagă este formată numai cu cifre pare, iar zecimalele sunt doar cifre impare.

5. Pentru fiecare dintre șirurile de fracții zecimale, identifică regula de formare și scrie următorii doi termeni.
a) 0,1; 0,02; 0,003; 0,0004; … ; …;
b) 1,2; 2,4; 3,8, 4,16, 5,32; 6,64; … ; …;
c) 9,1; 8,2; 7,3; 6,4; … ; … .

6. Scrie sub formă de fracție zecimală sumele:

a) $3+\frac{2}{10}$;

b) $2\cdot 10+5+\frac{1}{10}+\frac{7}{100}$;

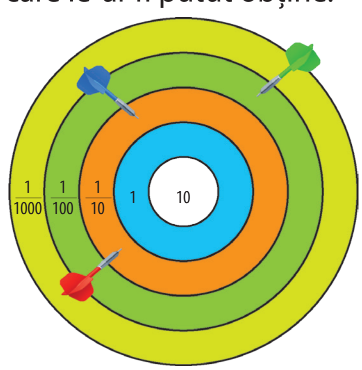
c) $4\cdot 100+3\cdot 10+2+\frac{2}{10}+\frac{3}{100}+\frac{4}{1\,000}$;

d) $7\cdot 100+0\cdot 10+1+\frac{7}{10}+\frac{0}{100}+\frac{1}{1\,000}$.

7. Calculează suma $a+b+c$ știind că
$\overline{a,b}+\overline{b,c}+\overline{c,a}=7,7$.

8. În fiecare dintre cazurile următoare, plasează corect virgula în numărul 49051786 astfel încât:
a) cifra zecimilor să fie 0;
b) cifra miimilor să fie 8;
c) cifra sutimilor să fie 7;
d) cifra unităților să fie 4;
e) cifra zecilor să fie 9.

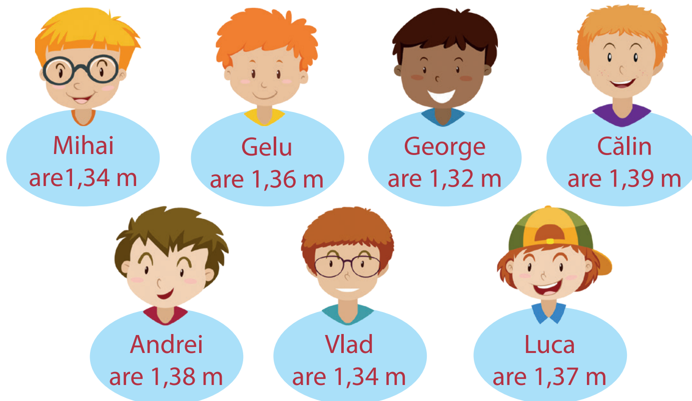
9. a) Ioana a tras 6 săgeți și a obținut scorul 31,011. Unde au ajuns săgețile sale?
* b) Matei a tras 4 săgeți. Scrie toate scorurile pe care le-ar fi putut obține.



2. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axă a unor fracții zecimale

Observ. Descopăr. Înțeleg

Pentru a completa echipa de baschet a școlii s-a organizat o selecție pentru elevii claselor a V-a din școală. Primul criteriu de selecție, eliminatoriu, este înălțimea. Pentru cele trei locuri libere din echipă s-au înscris 7 elevi. În urma măsurării înălțimii s-au obținut rezultatele din imaginea alăturată.



Stabilește care sunt elevii care vor participa în continuare la celelalte etape ale selecției.

Raționamentul prin care putem răspunde cerinței este simplu. Putem compara între ele mai multe fracții ordinare, așa că vom transforma rezultatele obținute prin măsurare din fracții zecimale în fracții ordinare și astfel le vom putea compara.

Astfel, $1{,}34 = \frac{134}{100}$, $1{,}32 = \frac{132}{100}$, $1{,}36 = \frac{136}{100}$, $1{,}37 = \frac{137}{100}$, $1{,}38 = \frac{138}{100}$, și $1{,}39 = \frac{139}{100}$.

Cum toate cele șase fracții ordinare au același numitor, vom compara numărătorii și vom obține: $132<134<136<137<138<139$, așadar, Călin, Andrei și Luca vor continua selecția.

Întrebarea firească este: oare fracțiile zecimale pot fi comparate direct sau este necesar să fie transformate în fracții ordinare?

Rețin

Pentru compararea a două fracții zecimale se procedează astfel:
– se compară părțile întregi ale celor două fracții.

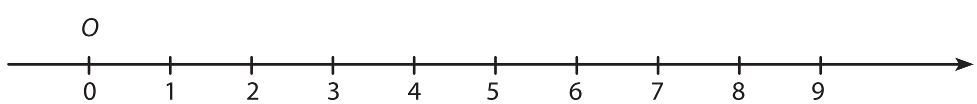
– dacă cele două părți întregi sunt diferite, atunci va fi mai mare fracția zecimală care are partea întreagă mai mare. În acest caz, partea zecimală nu are niciun rol în compararea celor două fracții.

Exemplu: 34,23 este mai mare decât 17,99, pentru că 34 > 17.

– dacă părțile întregi sunt egale, vom compara cifrele de la partea zecimală de același ordin, începând de la stânga către dreapta. Va fi mai mare fracția zecimală care are cifra de același ordin mai mare.

Exemplu:
Fie numerele 7,345 și 7,341.
Avem aceeași parte întreagă → 7 = 7
zecimile → 3 = 3
sutimile → 4 = 4
miimile → 5 > 1
5 > 1, deci 7,345 > 7, 341

Mai multe fracții zecimale se pot ordona ca și în cazul numerelor naturale:
– crescător (de la mic la mare): 1,24 < 1,45 < 3,44 < 5,001;
– descrescător (de la mare la mic): 4,29 > 4,28 > 3,999 > 1,14.
Se consideră axa numerelor naturale



Observ. Descopăr. Înțeleg

Am învățat că orice număr natural poate fi reprezentat pe axa numerelor. Dar o fracție zecimală poate fi reprezentată pe axa numerelor?

Putem studia un *exemplu:* 4,8. Pe axa numerelor, împărțim segmentul ale cărui capete sunt punctele corespunzătoare valorilor naturale 4 și 5, în zece părți egale. Cum lungimea segmentului este egal cu unitatea de măsură, fiecare din cele zece părți egale reprezintă o zecime.

Numărăm, în sensul de parcurgere a axei, opt zecimi și am găsit punctul de pe axă care este reprezentarea fracției zecimale 4,8.

Asemănător cu procedeul descris anterior, dacă fracția zecimală are partea zecimală până la ordinul sutimilor, fiecare segment având capete numere naturale consecutive se împarte în 10 părți egale, reprezentând câte o zecime, iar fiecare segment cu lungimea de o zecime se împarte la rândul său în 10 părți egale.

Obținem astfel un segment de lungime 1, împărțit în 100 de segmente de lungime 0,01. Folosind această metodă putem reprezenta orice fracție zecimală de tipul $\overline{n,ab}$.

În același mod putem proceda pentru reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale de tipul $\overline{n,abc}$, sau cu un număr mai mare de zecimale.

Dezavantajul este dat de necesitatea de a împărți un segment de lungime 1 în 100, 1 000 sau altă putere a lui 10 cu exponentul mai mare ca 3. Este nevoie ca unitatea de măsură inițială să permită acest lucru, adică să fie îndeajuns de mare ca să putem împărți în 100 sau 1 000 de părți egale.

Pentru a trece peste acest dezavantaj sau pentru a ușura calculele cu fracții zecimale, putem „rotunji" fracția zecimală dată.

Rețin

Rotunjirea unei fracții zecimale este o aproximare prin lipsă sau o aproximare prin adaos, care se face astfel:

- dacă cifra aflată în dreapta ordinului la care se face aproximarea este 0, 1, 2, 3 sau 4, atunci ea se neglijează;

Exemplu: Aproximarea fracției 3,45**3** la ordinul sutimilor este 3,45 pentru că cifra aflată în dreapta sutimilor este 3 și se neglijează.

- dacă cifra aflată în dreapta ordinului la care se face aproximarea este 5, 6, 7, 8 sau 9, atunci se mărește cu o unitate cifra ordinului la care se face aproximarea.

Exemplu: Aproximarea fracției 23,4**8** la ordinul zecimilor este 23,5 pentru că cifra aflată în dreapta zecimilor este 8 și atunci cifra zecimilor 4 se mărește cu o unitate.

Lucrez

1. Completează tabelul următor după modelul indicat:

Fracția zecimală dată	Ordinul la care se face aproximarea	Cifra din dreapta cifrei ordinului	Cifra este mai mare sau mai mică decât 5	Fracția zecimală obținută prin aproximare
41,897	sutimi	7	mai mare	41,90
234,4692	miimi	2	mai mică	234,469
578,45	zecimi			
0,9991	miimi			
5,4	unități			
6,899	sutimi			
21,99	zecimi			

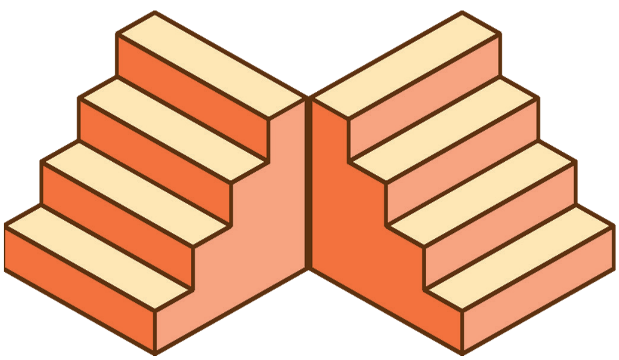
2. Compară fracțiile zecimale:

3,2 și 3,9	4,345 și 4,342
5,112 și 6,111	34,54 și 34,51
78,18976 și 78,18978	234,5 și 235,9
4,009 și 4,09	37,01 și 37,02

3. Completează cu simbolul „>", „<" sau „=" pentru a obține propoziții adevărate:

23,9	☐	23,7
45,34	☐	45,71
4,99	☐	4,99
71,234	☐	71,236
49,01	☐	48,99
3,459	☐	3,461

4. Scrie în ordine crescătoare următoarele fracții zecimale:
2,890; 4,51; 0,98; 7,111; 2,7; 4,65; 0,09; 7,2



5. Aproximează fracția zecimală 234,45367 la ordinul:
a) unităților b) miimilor c) zecilor
d) sutimilor e) zecimilor

6. Scrie în ordine descrescătoare următoarele fracții zecimale:
3,89; 1,91; 1,98; 8,121; 3,7; 4,65; 1,19; 8,2

7. Scrie cea mai mare fracție zecimală:
a) care are două zecimale diferite și partea întreagă 2;
b) care are trei zecimale și partea întreagă 5.

8. Scrie trei fracții zecimale:
a) mai mari decât 4,23 și mai mici decât 7,5;
b) mai mari decât 21,03 și mai mici decât 22,03;
c) mai mari decât 17 și mai mici decât 17,5;
d) mai mari decât 9,2 și mai mici decât 9,3;
e) mai mari decât 1,23 și mai mici decât 1,24

9. Câte numere naturale de forma $\overline{abc}$ sunt, știind că $\frac{234}{100} < \overline{a,bc} < 2,44$?

10. Scrie cea mai mică fracție zecimală:
a) care are două zecimale diferite și partea întreagă 5;
b) care are trei zecimale și partea întreagă 2.

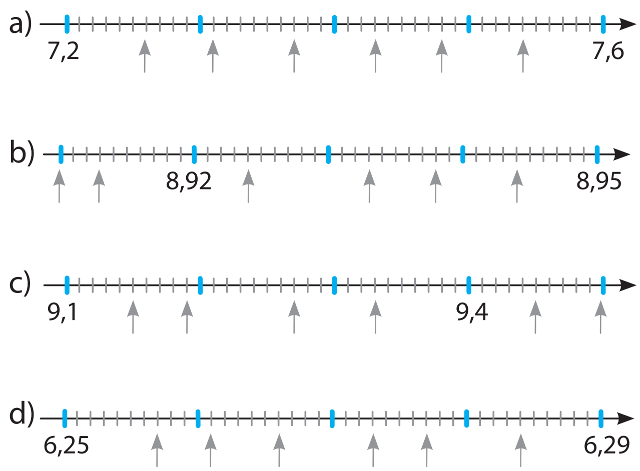
11. Reprezintă pe axa numerelor următoarele fracții zecimale:
6,2; 1,7; 4,5.

12. Găsește numerele naturale care aproximează cel mai bine următoarele fracții zecimale:
2,69; 28,43; 50,57.

13. Scrie numerele cu trei zecimale cuprinse între 3,273 și 3,28.

14. Scrie numerele cu 4 zecimale cuprinse între 87,0234 și 87,024.

15. Identifică numerele indicate de săgețile de mai jos.



Gândesc creativ

Cum faci ca numărul 66 să fie de 1,5 ori mai mare, fără a recurge la calcule matematice?

3. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale finite

Observ. Descopăr. Înțeleg

Ioana a plecat la cumpărături cu mama sa. Observă ce au cumpărat.

a) Cât s-a plătit pentru pantaloni și cămașă?

b) Ce sumă mai are pe card mama după ce a plătit, dacă inițial avea 3 275,75 lei?

Rezolvare:

a) Efectuăm suma 128,9 + 37,85. Putem calcula în două moduri:

1. Adunăm zecimi cu zecimi, unități cu unități, …

128,9 + 37,85 = 100 + 20 + 8 + 0,9 + 30 + 7 +
+ 0,85 = 100 + 50 + 15 + 1,75 = 166,75

2. Scriem numerele unul sub altul, respectând ordinul fiecărei cifre:

$$\begin{array}{r} 128{,}9\mathbf{0}\ + \\ 37{,}85 \\ \hline 166{,}75 \end{array}$$

Am adăugat un zero pentru a avea același număr de zecimale!

b) Să calculăm suma totală a cumpărăturilor.

Am calculat deja suma pentru pantaloni și cămașă, la care adăugăm prețul laptop-ului.

166,75 + 1 237,24 =

$$\begin{array}{r} 1\,237{,}24\ + \\ 166{,}75 \\ \hline 1\,403{,}99 \end{array}$$

Am scris primul termen numărul mai mare.

Acum să aflăm suma rămasă pe card.

$$\begin{array}{r} 3\,275{,}75\ - \\ 1\,403{,}99 \\ \hline 1\,871{,}76 \end{array}$$

Rețin

La efectuarea unei adunări sau a unei scăderi a două fracții zecimale, vom așeza numerele unul sub celălalt astfel încât să fie respectat ordinul fiecărei cifre.

Rețin

Adunarea fracțiilor zecimale are proprietățile adunării numerelor naturale.

1. Prin schimbarea ordinii termenilor, suma rămâne aceeași.
$a + b = b + a$

1,25 + 3,04 = 3,04 + 1,25 = 4,29

2. Prin gruparea diferită a termenilor unei adunări, suma nu se schimbă.
$(a + b) + c = a + (b + c)$

(3,32 + 1,74) + 7,26 = 3,32 + (1,74 + 7,36) =
= 3,32 + 9 = 12,32

3. Adunarea are element neutru pe 0.
$a + 0 = 0 + a = a$

5,4 + 0 = 0 + 5,4 = 5,4

Aplic

100 + 2,05 = 102,05

$$\begin{array}{r} 100{,}\mathbf{00}\ + \\ 2{,}05 \\ \hline 102{,}05 \end{array}$$

Am pus virgulă și am adăugat câte cifre zero au fost necesare pentru a avea același număr de zecimale!

100 – 2,05 =

$$\begin{array}{r} 100{,}\mathbf{00}\ - \\ 2{,}05 \\ \hline 97{,}95 \end{array}$$

1. Efectuează:
a) 23,78 – 0 b) 75,19 – (2,24 + 1,6 – 3,84)

2. Calculează și compară:
a) 24,57 – 17,5 – 3,07 și 24,57 – (17,5 + 3,07)
b) 89,025 – 74,256 – 3,869 și 89,025 –
– (74,256 + 3,869)

Rețin

Scăderea nu are proprietățile adunării, dar avem:

1. $a - 0 = a$ **2.** $a - a = 0$
3. $a - b - c = a - (b + c)$

Lucrez

1. Unul dintre termenii adunării este 17,5, iar suma este 54. Află celălalt termen.

2. Diferența a două numere este 12,3. Cel mai mare număr este 48,6. Află celălalt număr.

3. Suma este 621,8, iar unul dintre termeni este 17,3. Află celălalt termen.

4. Ce număr trebuie adăugat la 3,6 pentru a obține 10? Dar la 41,3 pentru a obține 100?

5. Ce număr trebuie scăzut din 52 pentru a obține 19,4?

6. Efectuează:

a) 12,45 + 13,20 b) 6,35 – 1,5
c) 1,47 + 4,8 d) 14,3 – 0,412

7. Află diferențele:

a) 321,56 – 50,3 b) 263,45 – 22,34

8. Află diferența dintre 10 și fiecare dintre numerele următoare:

a) 2,3 b) 7,4 c) 9,2
d) 0,1 e) 7,5 f) 8,6

9. Află diferența dintre 100 și fiecare dintre numerele următoare:

a) 17,23 b) 26,4 c)12,01
d) 78,1 e) 99,99 f) 14,25

10. Efectuează operațiile:

a) 34,5 + 13,3 b) 58,8 + 15,9
c) 8,92 + 1,32 d) 18,5 + 52,5
e) 6,78 + 1,49 f) 1,19 + 4,37
g) 6,5 + 3 + 2,5 h) 2,58 + 0,4 + 16,24
i) 0,13 + 0,78 + 2,07 j) 1,32 + 0,4 + 3,28
k) 0,2 + 0,4 + 0,6 + … + 1,8

11. Află numerele:

$a = 2{,}37 + 2{,}79$ $b = 13{,}6 + 68{,}7$
$c = 77{,}5 + 15{,}5$ $d = c - a - b$
$e = 38{,}7 + 29{,}6 - a$ $f = c - (5{,}16 + 1{,}89)$
$g = 43{,}9 + 39{,}9 - d$ $h = a - 1{,}06 + 8{,}39$

12. O persoană cumpără 3,48 kg legume și 2,76 kg fructe. Ce cantitate duce persoana?

13. Un număr este cu 14,5 mai mare decât 143,58. Află suma celor două numere.

14. Dintr-un balot de stofă de 147,34 m s-au vândut într-o săptămână 86,7 m. Câți metri au mai rămas?

15. Află numărul care este cu 12,3 mai mic decât diferența numerelor 97,2 și 12,5.

16. Observă calculele de mai jos.

22,4 + 43,7 +12,6 + 18,3 =
(22,4 + 12,6) + (43,7 + 18,3) =
35,0 + 62,0 = 97

Am aplicat proprietățile de **comutativitate** *și* **asociativitate** *ale adunării și am calculat mai ușor suma celor 4 termeni.*

Atenție! La scădere nu putem schimba ordinea termenilor!

a) Asociază convenabil și calculează.

A = 13,2 + 38,6 + 26,8 + 21,4
B = 1,02 + 32,84 + 18,98 + 12,16
C = 27,31 + 6,75 + 5,25 + 42,69

b) Ordonează crescător numerele.

A – 13, B – 22,7 C – 19,2

17. Calculează:

a) 312,65 – 63,55 – (103,4 – 68,7)
b) 777,5 – 105,5 – (382,71 + 29,6)
c) 511,16 – (12, 9 + 84,25) – 81,8
d) 463,97 + 39,9 – (87,39 + 302,31)
e) 269,89 – (75,49 – 23,68) + 265,57
f) 697,47 – 78,92 – (469,89 – 67,18)

18. Află sumele.

a) 0,8 + 0,808 + 0,8008 b) 0,4+0,404+0,4004
c) 1,2 + 2,3 + 3,4 + 4,5 + 5,6

19. Dacă $a + b + c = 10$, află suma: $\overline{a{,}bc} + \overline{c{,}ab} + \overline{b{,}ca}$.

20. Scrie numărul 0,6 ca diferență dintre un număr natural și o fracție zecimală.

21. Compară numerele a și b, unde $a = 4{,}27 + 25{,}73 - 21{,}57$, $b = 222{,}6 - 218{,}5 + 4{,}4$.

22. Află numărul a care este cu 426,4 mai mare decât 5,248, apoi numărul b care este cu 28,18 mai mic decât 56,4.

23. * Marin a cheltuit 64,51 lei cumpărând un set de markere și o cutie cu 12 pixuri. Află cât a costat setul de markere și cât a costat cutia cu pixuri știind că aceasta a costat cu 14,51 lei mai mult decât setul de markere.

24. Determină $x = \overline{0{,}ab} + \overline{0{,}bc} + \overline{0{,}ca}$ știind că $a + b + c = 12$.

V

4. Înmulțirea fracțiilor zecimale

Observ. Descopăr. Înțeleg

Observă în tabel ce a cumpărat Ioana.

	pâine	banane	roșii
preț	1,75 lei	2,5 lei/kg	3,75 lei/kg
cantitate	10	3 kg	2,5 kg

Cât au costat cumpărăturile Ioanei?

Rezolvare:

Pâine: 1,75 · 10 =?

Știm că $1{,}75 = \dfrac{175}{100}$.

Atunci $1{,}75 \cdot 10 = \dfrac{175}{100} \cdot 10 = \dfrac{1750^{(10}}{100} = \dfrac{175}{10} = 17{,}5$

Observăm că putem ajunge la rezultat direct, prin mutarea virgulei peste o cifră, de la dreapta spre stânga.

Banane: 2,5 · 3 =?

Procedăm astfel:

$2{,}5 \cdot 3 = \dfrac{25}{10} \cdot 3 = \dfrac{25 \cdot 3}{10} = \dfrac{75}{10} = 7{,}5$

Roșii: 3,75 · 2,5 =?

Avem:

$3{,}75 \cdot 2{,}5 = \dfrac{375}{100} \cdot \dfrac{25}{10} = \dfrac{375 \cdot 25}{100 \cdot 10} =$

$= \dfrac{9\,375}{1\,000} = 9{,}375$

La aceleași rezultate ajungem dacă procedăm astfel: 1,75 · 10 = 17,5

```
2,5 ·
3
———
7,5
```

```
              3,75 ·  ← 2 cifre după virgulă
               2,5    ← 1 cifră după virgulă
             ————
375 · 5  →   1875
375 · 20 →   7500
             ————
             9,375    ← (2+1) cifre după virgulă
```

Pasul 1. Înmulțim fără să ținem cont de virgulă.

Pasul 2. Punem virgula la rezultat, numărând de la dreapta la stânga atâtea cifre câte zecimale au împreună cei doi factori.

Rețin

Pentru a înmulți două fracții zecimale, înmulțim numerele ignorând virgula (ca și când ar fi numere naturale), iar la rezultat punem virgula, de la dreapta spre stânga, peste atâtea cifre câte zecimale au împreună cele două numere.

Înmulțirea fracțiilor zecimale are proprietățile înmulțirii numerelor naturale.

1. Prin schimbarea ordinii factorilor, produsul rămâne același.
a · b = b · a

1,25 · 3,2 = 3,2 · 1,25 = 4

2. Prin gruparea diferită a factorilor unui produs, rezultatul nu se schimbă. ***(a · b) · c = a · (b · c)***

(1,5 · 1,6) · 7,25 = 1,5 · (1,6 · 7,25 = 1,5 · 11,6 = 17,4

3. Înmulțirea are element neutru pe 1. ***a · 1 = 1 · a = a***

32,74 · 1 = 1 · 32,74 = 32,74

Rețin

Produsul unei fracții zecimale cu 10, 10^2, 10^3, … se obține mutând virgula, de la stânga spre dreapta, peste atâtea cifre cât este puterea lui 10. Dacă nu avem suficiente cifre, adăugăm zerouri.

Exemple:

17,125 · 10 = 171,25

17,125 · 100 = 1 712,5

17,125**0** · 10 000 = 171 250

Lucrez

1. Observă exemplul:

31,5 · 43,25 · 4 · 18 = (31,5 · 18) · (43,25 · 4) = 567 · 173 = 98 091
Atenție! La împărțire nu putem schimba ordinea fracțiilor!

a) Calculează cu atenție, regrupând convenabil factorii:
A = 12,25 · 23,5 · 16 · 2
B = 3,125 · 23,4 · 24 · 20
C = 13,8 · 74,4 · 35 · 25
b) Verifică calculele folosind calculatorul.

2. Completează tabelele:

a	b	c	$b+c$	$a\cdot(b+c)$	$a\cdot b+a\cdot c$
2,5	17,2	2,8			
3,4	11,3	14,7			
20,6	12,5	7,4			

a	b	c	$b-c$	$a\cdot(b-c)$	$a\cdot b-a\cdot c$
7,4	17,25	12,05			
8,5	32,27	17,07			
15,2	22,85	17,35			

Ce observi?

Rețin

Înmulțirea este ***distributivă*** față de adunare sau scădere.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$$
$$a\cdot(b-c)=a\cdot b-a\cdot c$$

3. Află produsele:
a) 5,7 · 1,5 b) 4,23 · 5,6 c) 1,45 · 2,2
d) 1,72 · 5,5 e) 6,43 · 8,2 f) 6,43 · 0,18
g) 52,7 · 2,3 h) 62,5 · 0,48 i) 5,6 · 1,4

4. Efectuează:
a) 12,45 · 13,2 b) 6,32 · 1,5
c) 71,45 · 24,6 d) 43,8 · 0,4

5. Află produsele:
a) 102,65 · 0,1 b) 103,4 · 0,1
c) 777,5 · 0,1 d) 382,71 · 0,01
e) 511,16 · 0,01 f) 184,25 · 0,01
g) 463,97 · 0,001 h) 302,31 · 0,001

6. Efectuează:
a) 12,5 · 16 b) 137,2 · 12 c) 12,4 · 25
d) 15,3 · 24 e) 4,5 · 32 f) 5,7 · 19

7. Efectuează:
a) 4,75 · 10 b) 4,75 · 100
c) 4,75 · 1 000 d) 7 934,2 · 0,1
e) 5 763,4 · 0,01 f) 17 387,9 · 0,001
g) 3 264,5 · 0,1 h) 3 264,5 · 0,01
i) 3 264,5 · 0,001 j) 7 934,2 · 0,1
k) 5 763,4 · 0,01 l) 17 387,9 · 0,001

8. Efectuează calculele:
a) 2,605 · 10 b) 0,2054 · 10
c) 1,005 · 10 d) 32,301 · 100
e) 101,601 · 100 f) 3,0907 · 1 000

9. Efectuează:
a) 12,065 · 0,1 + 30,04 · 0,1
b) 750 · 0,1 – 380,2 · 0,01
c) 5 160 · 0,01 – 1425 · 0,01
d) 46 700 · 0,001 + 30 200 · 0,001
e) 26 989 · 0,001 – 6 700 · 0,0001

10. Dacă a = 2,05 și b = 23,7 calculează $a\cdot b$; 1000 · a ; b · 10.

11. O carte cântărește 0,076 kg. Cât cântăresc 6 cărți?

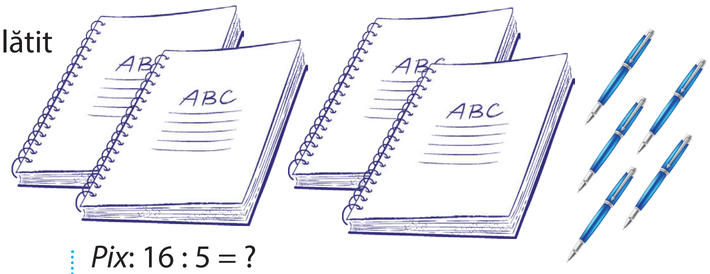
12. La un magazin s-au vândut într-o zi 136,24 m de stofă, iar în următoarea zi de 1,5 ori mai mult. Câți metri de stofă s-au vândut în cele două zile?

13. Produsul a două numere este 4,35. Află produsul obținut dacă primul factor se mărește de 0,7 ori, iar al doilea factor de 1,04 ori.

5. Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală

Observ. Descopăr. Înțeleg

1. Maria a cumpărat 4 caiete pentru care a plătit 13 lei și 5 pixuri, pentru care a plătit 16 lei. Cât costă un caiet și cât costă un pix?



Rezolvare:

Caiet: 13 : 4 = ?

13 = 4 · 3 + 1, deci împărțirea nu are rezultat un număr natural.

Putem să scriem

$$13 : 4 = \frac{13}{4} = {}^{25)}\frac{13}{4} = \frac{25 \cdot 13}{25 \cdot 4} = \frac{325}{100} = 3{,}25$$

Un caiet costă 3,25 lei, adică 3 lei și 25 de bani.

Putem să efectuăm împărțirea și astfel:

13,00 : 4 = 3,25
12
= 10
 8
= 20
 20
 ==

Observăm că avem rest 1; adăugăm un 0, punem virgula la rezultat, continuăm împărțirea până când obținem rest 0.

Pix: 16 : 5 = ?

Observăm că 16 = 5 · 3 + 1, deci împărțirea nu are rezultat un număr natural.

$$16 : 5 = {}^{12)}\frac{16}{5} = \frac{32}{10} = 3{,}2$$

sau efectuăm împărțirea astfel:

16,0 : 5 = 3,2
15
 10
 10
 ==

Observăm că avem rest 1; adăugăm un 0 , punem virgula la rezultat, continuăm împărțirea și obținem rest 0.

2. Află rezultatul împărțirilor a) 25 : 3; b) 37 : 6.

Rezolvare:

a) 25,000 : 3 = 8,333333...
24
=10
 9
=10
 9
=10
 9
=1

Observăm că avem rest; adăugăm un 0 , punem virgula la rezultat și continuăm împărțirea în același mod.

b) 37,000 : 6 = 6,1666
36
=10
 6
=40
 36
=40
 36
=40

Observăm, în ambele situații, că împărțirea nu se termină, oricât am continua. Cifrele care se repetă la nesfârșit le scriem în paranteză. Ele se numesc *perioada* fracției zecimale.

Rezultatele acestor împărțiri se numesc *fracții zecimale periodice*.

Scriem rezultatele astfel:

- 8,3333... = 8,(3) și citim *8 întregi și perioadă 3* sau *8 virgulă perioadă 3.*
- 6,16666... = 6,1(6) și citim *6 întregi o zecime și perioadă 6* sau *6 virgulă 1 perioadă 6.*

Rețin

O fracție zecimală la care perioada începe imediat după virgulă se numește *fracție zecimală periodică simplă*.

O fracție zecimală la care între virgulă și perioadă avem cel puțin o cifră se numește *fracție zecimală periodică mixtă*.

$$12{,}\underbrace{102}_{\text{partea neperiodică}}\overbrace{(54)}^{\text{perioada}}$$

Lucrez

1. a) Efectuează împărțirile de mai jos:

A a) 176 : 25 b) 469 : 20 c) 475 : 8
d) 328 : 125 e) 2 673 : 40 f) 5 238 : 625

B a) 321 : 2 b) 352 : 5 c) 627 : 4
d) 3 265 : 8 e) 3 425 : 16 f) 27 259 : 32

C a) 356 : 25 b) 6 247 : 125 c) 1 763 : 64
d) 35 214 : 625 e) 13 423 : 32 f) 52 146 : 5

D a) 253 : 7 b) 235 : 13 c) 542 : 21
d) 239 : 15 e) 2 345 : 11 f) 2 461 : 33

E a) 458 : 15 b) 387 : 14 c) 736 : 15
d) 362 : 55 e) 358 : 12 f) 234 : 65

b) Știm că împărțirea $a : b$ poate fi scrisă sub forma $\frac{a}{b}$.
Scrie fiecare din împărțirile de mai sus sub formă de fracție.Acolo unde se poate, simplifică astfel încât să obții fracții ireductibile.

c) Asociază fracțiile obținute la punctul anterior cu rezultatul împărțirii corespunzătoare.

Exemplu:

$$176:25=\frac{176}{25}=7{,}04.$$

2. Ordonează crescător numerele:
5,(241) 5,241 5,2(41) 5,24(1)

3. Determină a 2 017-a zecimală a fracției $\frac{29}{14}$.

4. Calculează și compară numerele:
$$a=1+\frac{2}{5},\ b=1{,}25+\frac{1}{4}$$

5. Verifică, analizând cu atenție rezultatele de la exercițiul 1, dacă sunt adevărate următoarele afirmații:

Fie $\frac{a}{b}$ o fracție ireductibilă. Atunci:
- Dacă numitorul nu are divizori diferiți de 2, 5 sau combinații ale acestor numere prime, la orice puteri, atunci fracția se poate scrie ca o fracție zecimală finită.
- Dacă numitorul nu are ca divizori nici pe 2, nici pe 5, atunci fracția se poate scrie ca o fracție zecimală periodică simplă.
- Dacă numitorul are cel puțin un divizor 2 sau 5, cât și cel puțin un divizor diferit de 2 sau de 5, atunci fracția se poate scrie ca o fracție zecimală periodică mixtă.

6. Scrie următoarele împărțiri sub formă de fracție ordinară. Acolo unde este posibil, simplifică fracția obținută.
a) 17 : 2 b) 32 : 5
c) 38 : 6 d) 87 : 14
e) 45 : 6 f) 79 : 36

7. a) Pentru fracțiile găsite la exercițiul 6, identifică tipul de fracție zecimală corespunzător, fără a efectua împărțirile.
b) Efectuează împărțirile și verifică dacă ai identificat corect la punctul a).

8. Scrie 4 exemple de fracții ordinare care sunt egale cu fracții zecimale finite

9. Scrie 4 exemple de fracții ordinare care sunt egale cu fracții zecimale periodice simple.

10. * Scrie 5 exemple de fracții ordinare care sunt egale cu fracții zecimale periodice mixte.

Test

Alege varianta corectă.	A	B	C
1. Dintre fracțiile $\frac{51}{2}, \frac{25}{15}, \frac{15}{14}$, cea care este egală cu o fracție zecimală periodică simplă este:	$\frac{51}{2}$	$\frac{25}{15}$	$\frac{15}{14}$
2. Dintre fracțiile $\frac{91}{23}, \frac{35}{15}, \frac{21}{14}$, cea care este egală cu o fracție zecimală finită este:	$\frac{91}{23}$	$\frac{35}{15}$	$\frac{21}{14}$
3. Dintre fracțiile $\frac{24}{35}, \frac{17}{8}, \frac{36}{11}$, cea care este egală cu o fracție zecimală periodică mixtă este:	$\frac{24}{35}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{36}{11}$

V

6. Media aritmetică

Observ. Descopăr. Înțeleg

1. Mai jos sunt notele primite de 3 elevi la Geografie în semestrul I.

Maria: 8, 9, 10

Ionel: 9, 9, 10

Alex: 9, 8, 9

Care este media fiecăruia?

Rezolvare:

Pentru aceasta adunăm notele și împărțim rezultatul la 3.

Maria: $(8 + 9 + 10) : 3 = 27 : 3 = 9$

Ionel: $(9 + 9 + 10) : 3 = 28 : 3 = 9{,}333...$

Alex: $(9 + 8 + 9) : 3 = 26 : 3 = 8{,}666...$

Deoarece media trebuie să fie număr natural, rezultatele trebuie să fie rotunjite:
Maria are media 9, deci nu este nevoie să rotunjim rezultatul.
Ionel are media notelor 9,33 și aplicând regulile rotunjirii, deoarece prima cifră după virgulă este 3, iar $3 < 5$, media lui Ionel va fi 9.
Alex are media notelor 8,66; aplicând regulile rotunjirii, deoarece prima cifră după virgulă este 6, iar $6 > 5$, media lui Alex va fi 9.

Rețin

Media aritmetică a unor numere se află adunând numerele date și împărțind suma la câte numere sunt.

a) pentru **2** numere avem: $m_{\,aritmetică} = \dfrac{a_1 + a_2}{2}$

b) pentru **3** numere: $m_{\,aritmetică} = \dfrac{a_1 + a_2 + a_3}{3}$

c) pentru ***n*** numere: $m_{\,aritmetică} = \dfrac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n}$

2. Mama a fost la piață și a cumpărat 1 kg de mere roșii, care a costat 5 lei, 1 kg de mere galbene, cu 3 lei, și 3 kg de mere verzi, cu 2 lei kilogramul.

Care este prețul mediu plătit pentru un kilogram de mere?

Rezolvare:

Prețul mediu îl obținem adunând prețurile celor 3 soiuri de mere și apoi împărțind suma la numărul kilogramelor.

(5 lei + 3 lei + $3 \cdot 2$ lei) : 5 = 14 lei : 5 = 2,8 lei.

Prețul mediu al unui kilogram de mere cumpărate este 2,8 lei.

3. Media aritmetică a 3 numere este 42, iar două dintre ele sunt 25 și 27. Care este al treilea număr?

Rezolvare:

Dacă media aritmetică este 42, avem:

$\dfrac{a + b + c}{3} = 42$, adică $(a + b + c) : 3 = 42$.

Aplicând proba împărțirii, obținem: $a + b + c = 42 \cdot 3 = 126$.

Dar 2 numere sunt cunoscute: 25 și 27.

Atunci $25 + 27 + c = 126$. De aici obținem $c = 126 - 25 - 27$, adică $c = 74$.

Rețin

Dacă media aritmetică a numerelor a_1 și a_2 este m, atunci $a_1 + a_2 = m \cdot 2$.
Dacă media aritmetică a numerelor a_1, a_2 și a_3 este m, atunci $a_1 + a_2 + a_3 = m \cdot 3$.
Dacă media aritmetică a numerelor a_1, a_2, ..., a_n este m, atunci $a_1 + a_2 + ... + a_n = m \cdot n$.

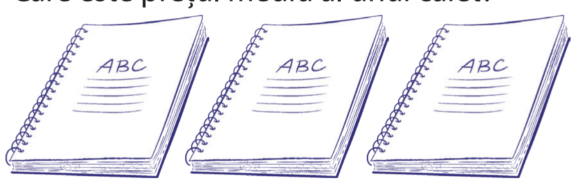
Lucrez

1. În tabelul de mai jos, mama a înregistrat cantitățile de roșii cumpărate în fiecare zi dintr-o săptămână și prețul plătit pentru acestea.

	Cantitate	Cost
Luni	2 kg	7 lei
Marți	1 kg	3 lei
Miercuri	2 kg	6 lei
Joi	1 kg	3 lei
Vineri	2 kg	5 lei
Sâmbătă	2 kg	5 lei
Duminică	2 kg	4 lei

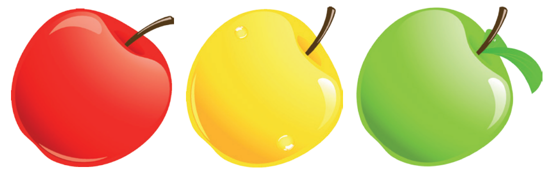
Care este prețul mediu al unui kilogram de roșii cumpărate de mama în această săptămână?

2. Alina a cumpărat 3 caiete dictando, pentru care a plătit 6 lei, și 2 caiete de matematică, pentru care a plătit 5 lei.
Care este prețul mediu al unui caiet?



3. Maria a plecat cu părinții în excursie. În primele două ore au mers cu viteza de 60 km/h, după care au mers o oră cu viteza de 45 km/h și ultima etapă a durat o oră, mergând cu viteza de 80 km/h.
Care a fost viteza medie cu care au circulat?

4. Bunica a cumpărat 3 kg de mere roșii, 2 kg de mere galbene și 1 kilogram de mere verzi. Merele roșii au costat 11 lei, cele galbene, 5 lei, iar cele verzi, 2 lei. Care este prețul mediu al unui kilogram de mere?



5. Află media aritmetică a numerelor:
a) 5 și 7; b) 7, 8 și 21;
c) 2, 3, 4 și 5; d) 11, 12, 13, 14, 15.

6. Media aritmetică a două numere este 7,5. Află numerele, știind că unul dintre ele este cu 3 mai mare decât celălalt.

7. Trei numere pare consecutive au media aritmetică 36. Află numerele.

8. Cinci numere naturale au media aritmetică egală cu 24. Media aritmetică a primelor două este 15. Află media aritmetică a ultimelor 3 numere.

9. Media aritmetică a numerelor naturale a, b și c este 63.
Află numerele, știind că b este de 4 ori mai mare decât a, iar c este jumătate din b.

10. Media aritmetică a 10 numere naturale consecutive este 11,5. Află numerele.

11. Media aritmetică a trei numere este 24, iar două dintre ele sunt 10 și 14. Află al treilea număr.

12. * Media aritmetică a trei numere este 25. Află numerele, știind că două dintre ele sunt numere naturale consecutive și au media aritmetică 23,5.

13. Află media aritmetică a numerelor a și b dacă
$a = (5{,}24 + 6{,}76) : (8{,}2 - 2{,}2)$
$b = (27{,}6 - 9{,}6) : (4{,}3 + 4{,}7)$.

Test

Alege varianta corectă.	A	B	C
1. Media aritmetică a numerelor 9 și 20 este:	14	14,5	15
2. Media aritmetică este 6,5 și unul dintre numere este 6. Celălalt număr este:	5	6	7

7. Împărțirea unei fracții zecimale finite la un număr natural

Observ. Descopăr. Înțeleg

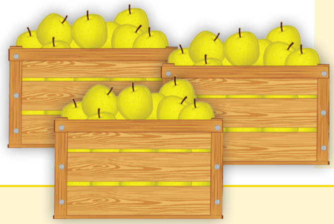
a) *Împărțirea unei fracții zecimale la un număr natural*

În 12 cutii trebuie împărțite, în mod egal, 264,36 kg de mere. Ce cantitate de mere va fi în fiecare cutie?

Rezolvare:

Efectuăm împărțirea: 264,36 kg : 12 = 22,03 kg.

În fiecare cutie vor fi 22,03 kg, adică 22 kg și 30 g.



264,36 : 12 = 22,03
24
= 24
24
==
36
36
==

Rețin

Pentru a împărți o fracție zecimală la un număr natural procedăm astfel:

a) împărțim partea întreagă la numărul natural dat și scriem virgula la cât;

b) continuăm împărțirea coborând celelalte cifre și continuăm împărțirea ca în cazul numerelor naturale. Dacă este nevoie, mai adăugăm zerouri.

b) *Împărțirea la 10^n*

1) Observă lista poduselor achiziționate recent de o librărie, direct de la producători.

Produs	Nr. bucăți	Preț total
Album de artă	10	328,50 lei
Creion	100	127,50 lei
Pix	1 000	2354,50 lei

Cât a costat fiecare produs?

Rezolvare:

Album de artă: împărțim suma plătită la numărul de albume achiziționate: 328,50 : 10 = 32,85

328,50 : 10 = 32,85
30
= 28
20
= 85
80
=50
50
==

Creion:

127,50 : 100 = 1,275
127,50
100
= 275
200
= 750
700
=500
500
===

Pix: 2 354,50 : 1 000 = 2,3545

2354,50 : 1000 = 2,3545
2000
= 3545
3000
= 5450
5000
=4500
4000
=5000
5000
====

Putem efectua mai ușor aceste împărțiri dacă observăm că:

- La împărțirea la 10, rezultatul se obține prin mutarea virgulei de la deîmpărțit peste o cifră, de la dreapta spre stânga 328,50 : 10 = 32,85

- La împărțirea la 100, rezultatul se obține prin mutarea virgulei de la deîmpărțit peste 2 cifre, de la dreapta spre stânga 127,50 : 100 = 1,2750

- La împărțirea la 1 000, rezultatul se obține prin mutarea virgulei de la deîmpărțit peste 3 cifre, de la dreapta spre stânga 2354,50 : 1 000 = 2,35450

Rețin

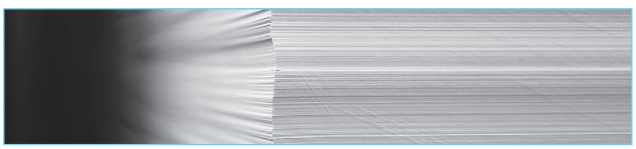
La împărțirea unei fracții zecimale la 10^n, rezultatul se obține prin mutarea virgulei de la dreapta spre stânga peste n cifre.

Lucrez

1. Calculează:
a) 387 : 100 b) 25,637 : 1 000
c) 2 354,5 : 1 000 d) 924,301 : 100
e) 82,564 : 16 f) 23 654,25 : 10 000

2. Trei prieteni au cumpărat împreună o pizza. Dacă a costat 34,20 lei, cât a plătit fiecare?

3. Un pachet de 500 coli de hârtie are grosimea de 7 cm. Care este grosimea unei coli?



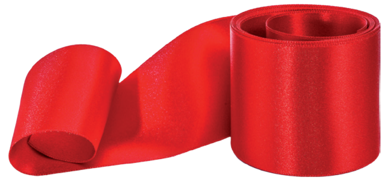
4. Calculează:
a) 26,04 : 14 b) 972,18 : 36
c) 225,78 : 15 d) 900,75 : 8
e) 127,05 : 15 f) 642,23 : 25

5. La benzinărie, tatăl lui Ionel a plătit 218,4 lei pentru 42 ℓ de benzină. Cât a costat un litru de benzină?

6. * Un comerciant a achiziționat de la un atelier de croitorie 15 bluze, pentru care a plătit 339 lei. Ulterior, a mai comandat încă 12. După ce a vândut toate bluzele, a constatat că a realizat un câștig de 184,95 lei. Care a fost prețul de vânzare al unei bluze?

7. Perimetrul unui teren care are forma unui pătrat este 8,12 m. Care este lungimea unei laturi?

8. Maria, Ioana, Alina și Mirela au câte o panglică de 0,8 m. Fiecare trebuie să-și împartă bucata în părți egale: Maria – în 4 părți, Ioana – în 5 părți, Alina – în 7 părți, iar Mirela, în 8 părți. Determină, în centimetri, pentru fiecare fată, valoarea – exactă sau aproximată la sutimi – a lungimii unei părți, după tăiere.



9. La o grădiniță s-au cumpărat 7 umbrele de ploaie pentru copii și 5 pelerine, pentru care s-a plătit suma de 279,02 lei. La altă grădiniță s-au cumpărat 9 umbrele și 5 pelerine, pentru care s-a plătit suma de 341,84 lei. Cât costă o pelerină și cât costă o umbrelă?

10. La un magazin, Marcel a găsit următoarele oferte de DVD.
I. 10 bucăți, 8,5 GB, 53,36 lei
II. 50 bucăți, 4,7 GB, 62,60 lei.
a) Află care este prețul unui DVD în fiecare din cele două situații.
b) Care ofertă este mai avantajoasă din punctul de vedere al spațiului total de stocare?

11. În 10 iunie este *Ziua Mondială a tricotatului în public*. Bianca a folosit la tricotat în acea zi cu 6,3 m de fir mai mult decât Mioara. Dacă împreună cele două fete au folosit la tricotat 40,7 m de fir, află lungimea firului tricotat de fiecare dintre cele două fete.

Gândesc creativ

Ce poți introduce între numerele 5 și 6, astfel încât rezultatul să fie mai mare decât 5, dar mai mic decât 6?

8. Împărțirea a două fracții zecimale finite

Observ. Descopăr. Înțeleg

1. Un croitor are 22,5 m de stofă. Pentru o vestă folosește 0,75 m, iar pentru un sacou, 1,25 m.

Câte veste pot fi confecționate din toată stofa?

Dar sacouri?

Rezolvare:

Pentru a răspunde la întrebări trebuie să efectuăm împărțirile:

22,5 : 0,75 pentru veste, respectiv 22,5 : 1,25 pentru sacouri.

Trebuie să ajungem de la această formă la o împărțire a unei fracții zecimale la un număr natural.

Să ne reamintim!

$$a : b = {}^{n)}\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = (a \cdot n) : (b \cdot n)$$

Aplicăm această proprietate. Deoarece împărțitorul are două zecimale, prin înmulțire cu 100 se obține număr natural.

22,5 : 0,75 = (22,5 · 100) : (0,75 · 100) = 2 250 : 75 = 30

22,5 : 1,25 = (22,5 · 100) : (1,25 · 100) = 2 250 : 125 = 18

```
2250 : 75 = 30
225
===0
```

```
2250 : 125 = 18
125
1000
1000
====
```

Din bucata de stofă poate confecționa 30 de veste sau 18 sacouri.

2. Cum efectuăm 40,824 : 1,26 ?

Rezolvare:

40,824 : 1,26 = (40,824 · 100) : (1,26 · 100) =

= 4082,4 : 126 = 32,4

```
4082,4 : 126 = 32,85
378
=302
 252
 =504
  504
  ===
```

Rețin

Pentru a împărți două fracții zecimale procedăm astfel: înmulțim ambele fracții zecimale cu 10^n, unde n este numărul de zecimale ale împărțitorului, după care împărțim numerele obținute conform celor învățate la împărțirea unui număr zecimal la un număr natural.

3. Efectuează:

a) 12,7 : 0,1 b) 251,765 : 0,01 c) 1,3458 : 0,001

Rezolvare:

a) 12,7 : 0,1 = (12,7 · 10) : (0,1 · 10) = 127 : 1 = 12,7 · 10

b) 251,765 : 0,01= (251,765 · 100) : (0,01 · 100) = 25176,5 : 1 = 251,765 · 100

c) 1,3458 : 0,001= (1,3458 · 1 000) : (0,001 · 1 000) = 1345,8 : 1 = 1,3458 · 1 000

Rețin

A împărți o fracție zecimală la 0,1 este echivalent cu a înmulți acea fracție zecimală cu 10.

A împărți o fracție zecimală la 0,01 este echivalent cu a înmulți acea fracție zecimală cu 100.

A împărți o fracție zecimală la 0,001 este echivalent cu a înmulți acea fracție zecimală cu 1 000.

Lucrez

1. Calculează.

a) 7,26 : 0,2 b) 1,24 : 0,4
c) 87,48 : 3,2 d) 4,5 : 0,16

2. Calculează și ordonează rezultatele:

a = 7,188 : 0,3
b = 3,45 : 0,5
c = 24,42 : 0,6
d = 8,52 : 4,26

3. Calculează.

a) 9,75 : 0,01 b) 18,27 : 0,01
c) 72,1 : 1,25 d) 32,706 : 0,08
e) 158,34 : 37,7 f) 36,255 : 2,4.

4. Efectuează următoarele operaţii.

a) 0,28 : 1,4 b) 17 : 0,17
c) 3,5568 : 0,78 d) 3,9 : 0,0039
e) 0,522 : 0,145 f) 0,17 : 170
g) 71 : 7,1 h) 0,0039 : 3,9

5. Pentru fiecare dintre numerele de mai jos,

3,7
26,53
0,492
312,7

calculează numărul mai mic:
a) de 0,1 ori;
b) de 0,01 ori;
c) de 0,02 ori.

6. Scrie aproximarea prin lipsă la sutimi pentru rezultatele operaţiilor:

a) 7,256 : 2,7 b) 91,4 : 1,7
c) 3,543 : 0,24 d) 245,13: 0,85
e) 4,503 : 2,3 f) 2,324 : 1,36

7. Scrie aproximarea prin adaos la miimi pentru rezultatele operaţiilor:

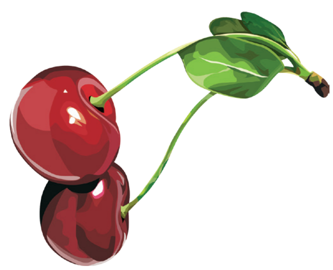
a) 7,25 : 6,12 b) 32,74 : 3,714
c) 382,84 : 8,19 d) 572,1 : 7,51
e) 0,938 : 8,1 f) 205,44 : 7,11

8. Calculează:

a) 7,2 : 1,6 + 4,8 · 3,5
b) 3,6 : 0,02 – 2,7 : 1,2
c) 4,25 : 2,5 – 1,36 : 2
d) 17,1 : 1,2 + 13,5 : 0,6
e) 23,16 : 0,5 – 2,35 : 1,6
f) 75,16 : 0,8 – 7,85 : 3,2

9. Mama a cumpărat 3,2 kg de căpșune cu 21,92 lei. Cât costă 1 kg de căpșune?

10. * Un fermier a dus la piaţă 7,8 kg de căpșune și 9,2 kg de cireșe. Le-a vândut pe toate și a încasat 128,55 lei. Află cât a costat 1 kilogram de căpșune și cât 1 kilogram de cireșe, știind că suma încasată pentru cireșe a fost cu 23,25 lei mai mare decât cea încasată pentru căpșune.



11. La o cantină școlară s-au pregătit conserve pentru anotimpul rece. S-au preparat 87,72 ℓ de compot de vișine și 89,76 ℓ de compot de cireșe. Tot compotul s-a pus în borcane de 0,34 ℓ. Câte borcane sunt din fiecare?

Gândesc creativ

Cum a reușit câinele să se îndepărteze de stăpânul său la 200 m distanţă, dacă lesa lui retractabilă are lungimea de 10 m?

9. Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară

Observ. Descopăr. Înțeleg

a) Fracții zecimale periodice simple:

$\overline{0,(4)}=\dfrac{4}{9}$; $\overline{0,(53)}=\dfrac{53}{99}$;

$\overline{0,(127)}=\dfrac{127}{999}$; $\overline{0,(1234)}=\dfrac{1\,234}{9\,999}$

$\overline{13,(2)}=\dfrac{132-13}{9}=\dfrac{119}{9}$;

$\overline{2,(39)}=\dfrac{239-2}{99}=\dfrac{237^{(3}}{99}=\dfrac{79}{33}$;

$\overline{5,(678)}=\dfrac{5\,678-5}{999}=\dfrac{5\,673^{(3}}{999}=\dfrac{1\,891}{333}$

Rețin

Pentru a transforma o fracție periodică simplă în fracție ordinară, procedăm astfel:

- la numărător scriem tot numărul, fără virgulă, din care scădem partea întreagă;
- la numitor scriem numărul format din atâtea cifre 9 câte cifre are perioada.

$\overline{0,(a)}=\dfrac{a}{9}$; $\overline{0,(ab)}=\dfrac{\overline{ab}}{99}$; $\overline{0,(abc)}=\dfrac{\overline{abc}}{999}$;

$\overline{0,(abcd)}=\dfrac{\overline{abcd}}{9\,999}$; $\overline{n,(a)}=\dfrac{\overline{na}-n}{9}$; $\overline{n,(ab)}=\dfrac{\overline{nab}-n}{99}$;

$\overline{n,(abc)}=\dfrac{\overline{nabc}-n}{999}$; $\overline{n,(abcd)}=\dfrac{\overline{nabcd}-n}{9\,999}$

b) Fracții zecimale periodice mixte:

$\overline{0,2(3)}=\dfrac{23-2}{90}=\dfrac{21^{(3}}{90}=\dfrac{7}{30}$;

$\overline{0,17(5)}=\dfrac{175-17}{900}=\dfrac{158^{(2}}{900}=\dfrac{79}{450}$;

$\overline{0,3(798)}=\dfrac{3\,798\text{-}3}{9\,990}=\dfrac{3\,795^{(3}}{9\,990}=\dfrac{1\,265^{(5}}{3\,330}=\dfrac{253}{665}$;

$\overline{0,24(379)}=\dfrac{24\,379-24}{99\,900}=\dfrac{24\,355^{(5}}{99\,900}=\dfrac{4\,871}{19\,980}$

$\overline{5,2(3)}=\dfrac{523-52}{90}=\dfrac{471^{(3}}{90}=\dfrac{157}{30}$;

$\overline{12,31(6)}=\dfrac{12\,316-1\,231}{900}=\dfrac{11\,085^{(15}}{900}=\dfrac{739}{60}$;

$\overline{8,5(407)}=\dfrac{85\,407-85}{9\,990}=\dfrac{85\,322^{(2}}{9\,990}=\dfrac{42\,661}{4\,995}$;

$\overline{2,40(204)}=\dfrac{240\,204\text{-}240}{99\,900}=\dfrac{239\,964^{(4}}{99\,900}=\dfrac{5\,9991}{24\,975}$

Rețin

Pentru a transforma o fracție periodică mixtă în fracție ordinară, procedăm astfel:

- la numărător scriem tot numărul, fără virgulă, din care scădem partea aflată înaintea perioadei;
- la numitor scriem numărul format din atâtea cifre 9 câte cifre are perioada, urmate de atâtea cifre 0 câte cifre sunt între virgulă și perioadă.

$\overline{0,a(b)}=\dfrac{\overline{ab}-a}{90}$; $\overline{0,ab(c)}=\dfrac{\overline{abc}-\overline{ab}}{900}$;

$\overline{0,a(bcd)}=\dfrac{\overline{abcd}-a}{9\,990}$; $\overline{0,ab(cde)}=\dfrac{\overline{abcde}-\overline{ab}}{99\,900}$

$\overline{n,a(b)}=\dfrac{\overline{nab}-\overline{na}}{90}$; $\overline{n,ab(c)}=\dfrac{\overline{nabc}-\overline{nab}}{900}$;

$\overline{n,a(bcd)}=\dfrac{\overline{nabcd}-\overline{na}}{9\,990}$; $\overline{n,ab(cde)}=\dfrac{\overline{nabcde}-\overline{nab}}{99\,900}$

Lucrez

1. Transformă în fracții ordinare:

a) 0,(3); 0,(7); 0,(24); 0,(375). b) 2,(5); 13,(42); 11,(05).

c) 0,1(3); 0,43(3); 0,23(75). d) 3,0(3); 12,10(3); 7,8(3).

2. Arată că:

$\overline{x,(y)}+\overline{y,(z)}+\overline{z,(x)}=\overline{x,y(z)}+\overline{y,z(x)}+\overline{z,x(y)}$

10. Număr rațional. Ordinea operațiilor cu numere raționale

Observ. Descopăr. Înțeleg

Am observat că jumătate dintr-un întreg se poate scrie: $0{,}5=\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\ldots=\frac{n}{2\cdot n}=\ldots$ sau 50%
Toate aceste fracții reprezintă un ***număr rațional***.

Rețin

Orice număr care poate fi scris sub formă de fracție ordinară se numește ***număr rațional***.

Numerele naturale sunt numere raționale? Da, pentru că orice număr natural poate fi scris ca o fracție care are la numărător acel număr, iar la numitor, 1.

$0=\frac{0}{1};\ 1=\frac{1}{1};\ 2=\frac{2}{1};\ \ldots;\ n=\frac{n}{1};\ \ldots$

Să rezolvăm împreună următoarele exerciții!

1. $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{7}{4}-0{,}75\right)^{201}\right]:0{,}01$

Observăm că avem în exercițiu atât fracții ordinare, cât și fracții zecimale finite.

Pentru a putea efectua calculele, trebuie să transformăm fracțiile zecimale în fracții ordinare sau invers.

a) Transformăm fracțiile ordinare în fracții zecimale:

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \overset{4)}{=} \frac{9}{25}=\frac{36}{100}=0{,}36$ $\quad {}^{25)}\frac{7}{4}=\frac{175}{100}=1{,}75$

Atunci exercițiul devine:

$$\left[0{,}36+(1{,}75-0{,}75)^{201}\right]:0{,}01=(0{,}36+1^{201}):0{,}01=1{,}36:0{,}01=(1{,}36\cdot 100):(0{,}01\cdot 100)=136:1=136$$

b) Transformăm fracțiile zecimale în fracții ordinare:

$0{,}75=\frac{75}{100}^{(25}=\frac{3}{4}$ $\qquad 0{,}01=\frac{1}{100}$

Atunci exercițiul devine:

$$\left[\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{7}{4}-\frac{3}{4}\right)^{201}\right]:\frac{1}{100}=\left[\frac{9}{25}+\left(\frac{4}{4}\right)^{201}\right]\cdot\frac{100}{1}=\left[\frac{9}{25}+\left(\frac{1}{1}\right)^{201}\right]\cdot\frac{100}{1}=$$

$$=\left(\frac{9}{25}+{}^{25)}\frac{1}{1}\right)\cdot\frac{100}{1}=\frac{34}{{}_1\cancel{25}}\cdot\frac{\cancel{100}^{4}}{1}=\frac{136}{1}=136$$

2. $\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left[\frac{5}{6}+0{,}1(6)\right]^{201}\right\}:0{,}1$

Observăm că avem în exercițiu atât fracții ordinare, cât și fracții zecimale, una finită și una periodică simplă. De aceea, pentru a putea efectua calculele, trebuie să transformăm fracțiile zecimale în fracții ordinare.

Avem $0{,}1(6)=\frac{16-1}{90}=\frac{15}{90}^{(15}=\frac{1}{6}$ iar $0{,}1=\frac{1}{10}$. Atunci exercițiul devine:

$$\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left[\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\right]^{201}\right\}:\frac{1}{10}=\left[\frac{1}{4}+\left(\frac{6}{6}\right)^{201}\right]:\frac{1}{10}=\left(\frac{1}{4}+1^{201}\right):\frac{1}{10}=\left(\frac{1}{4}+{}^{4)}1\right)\cdot\frac{10}{1}=\frac{5}{4}\cdot\frac{10}{1}=\frac{50}{4}^{(2}=\frac{25}{2}$$

V

Rețin

Ordinea operațiilor cu numere raționale este aceeași ca la numerele naturale:

1. Dacă într-un exercițiu nu avem paranteze și sunt doar operații de același ordin, le efectuăm în ordinea în care sunt scrise.

2. Dacă într-un exercițiu nu avem paranteze și sunt operații de ordine diferite, efectuăm prima dată ridicările la putere, apoi înmulțirile și împărțirile, iar la final, adunările și scăderile.

3. Dacă într-un exercițiu avem paranteze, efectuăm la început operațiile din parantezele rotunde, apoi pe cele din parantezele pătrate, iar în final, pe cele din acolade.

Lucrez

1. Calculează.

a) $0{,}2+0{,}5-\frac{1}{3}$ b) $0{,}2-0{,}1(6)+0{,}5$

c) $0{,}25-\frac{1}{7}+0{,}2$ d) $0{,}5+1{,}4\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)$

e) $0{,}6\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2:\frac{2}{5}$ f) $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right):\frac{7}{3}\cdot0{,}4$

g) $\left(\frac{1}{2}\right)^3:\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2-0{,}25:2$

h) $\frac{6}{7}\cdot0{,}(6):\frac{2^3}{2\cdot3+1}$

i) $\frac{9}{11}+\frac{5}{6}-\frac{13}{33}$ j) $\frac{2^4}{11}\cdot\frac{2^2\cdot11}{2^3}+\frac{2}{5\cdot3}:\frac{6}{5\cdot3^2}$

k) $0{,}5:\left[0{,}5+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)+0{,}5\right]$

l) $\left[\frac{2}{7}\cdot\left(\frac{1}{7}+\frac{2}{14}:5\right)+0{,}2\cdot\frac{3}{7}\right]\cdot14$

2. Calculează și ordonează crescător rezultatele.

$a=\left[\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]:\frac{2}{3}$

$b=\frac{5}{6}:2{,}(3)\cdot[1+0{,}5\cdot0{,}(3)]$

$c=0{,}(3)-\left\{\frac{1}{3}-\left[\frac{1}{3}-1{,}5\cdot\left(\frac{1}{3}-0{,}25\right)\right]\right\}$

3. Calculează.

a) $0{,}3\cdot\frac{28}{9}:\frac{14}{30}$ b) $\frac{7}{112}+\frac{1}{56}:0{,}25$

c) $\frac{4}{15}+0{,}35-\frac{1}{6}$ d) $0{,}2+0{,}4:\frac{1}{5}-\frac{1}{5}$

e) $0{,}25:\frac{1}{4}\cdot0{,}25+\frac{1}{4}$ f) $0{,}5:\frac{4}{3}+1{,}2$

g) $\frac{5}{2}-\frac{1}{3}:\frac{1}{5}$ h) $0{,}2-\left(\frac{1}{5}\right)^2+1$

4. Calculează și ordonează descrescător rezultatele de mai jos:

$a=\frac{1}{7}+\frac{1}{7}:\frac{1}{2}$ $b=\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{4}{25}$

$c=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}$

5. Calculează:

a) $\left[0{,}5+\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]:\left(\frac{1}{6}\right)^3$

b) $\left\{\left[\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\right]:0{,}625\right\}:\left[\left(\frac{8}{5}\cdot\frac{6}{7}\right)^3:\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{7}\right)^2\right]$

c) $(1-0{,}4:0{,}8+3:1{,}2):\left[\left(2{,}6-\frac{7}{3}\cdot\frac{42}{49}\right)\cdot\frac{10}{7}\right]+$
$+\left\{[4:(2-0{,}4)+1]:\left[7-2:\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]\right\}$

d) $\left[\frac{14}{3}\cdot\left(\frac{15}{54}-\frac{4}{18}\right)\right]:\left[\left(\frac{10}{7}+\frac{1}{14}\right):\frac{3}{7}\right]$

e) $\left\{1:\left[(0{,}28+0{,}16):\frac{11^2}{75}\right]-\frac{2}{3}\right\}\cdot\frac{7}{3}$

f) $\left\{2{,}2:\left(\frac{8}{3}-1{,}2\right)+1:\left[\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{7}-\frac{2}{21}\right)\cdot\frac{1}{6}\right]\right\}\cdot 0{,}6$

g) $1{,}4\cdot\left(4\frac{1}{7}-3\frac{1}{14}\right)+3{,}4:\left(2\frac{2}{3}-1{,}2\right)$

h) $\left\{\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{3}:\left(\frac{2}{3^2}-\frac{1}{6}\right)\right]\cdot\frac{7}{2}\right\}:\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{4}\right):5\frac{1}{10}\right]$

i) $\left(0{,}5+\frac{1}{3}+0{,}25\right):\left(\frac{5}{6}:\frac{25}{26}\right)-0{,}25$

6. Determină numărul raţional $N = a : b + c$, unde:

$$a=1-\frac{2}{5}:\frac{4}{5}+3:1\frac{1}{5} \qquad b=\left(2{,}6-2\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{7}\right)\cdot 1\frac{3}{7}$$

$$c=\left[4:\left(2-\frac{2}{5}\right)+1\right]:\left[7-\left(2:\frac{1}{3}\right)\right]$$

7. Calculează valorile lui *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* şi apoi determină numărul *g*.

$$a=5{,}25+\frac{3}{2}+4{,}5\cdot\frac{3}{6}$$

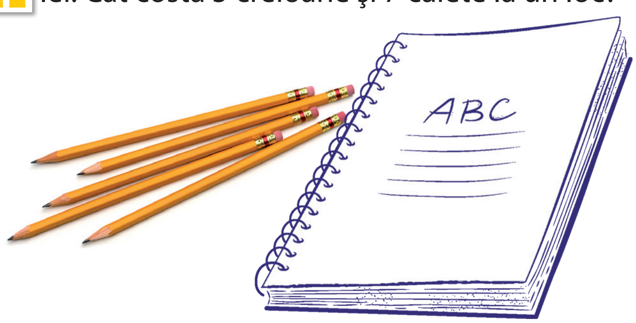
$$b=3\frac{1}{8}:6\frac{2}{3}\cdot 1\frac{7}{9} \qquad c=a:b-3\frac{1}{5}$$

$$d=36\frac{2}{3}:(5^2-5\cdot 2)+9\frac{1}{3}:(3^2+2^2+1)$$

$$e=8\frac{4}{7}:2\frac{6}{7}+12{,}(3)-7\frac{1}{3}$$

$$f=d:e-\frac{3^2-2^2}{3^2\cdot 2^3} \qquad g=c:f+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}:\frac{1}{3}\right)\cdot 2$$

8. Un creion costă 1,75 lei şi un caiet costă 3,50 lei. Cât costă 5 creioane şi 7 caiete la un loc?



9. Calculează:

a) $[0{,}(25) - 0{,}25] : 0{,}(02)$

b) $[0{,}(32) - 0{,}32] \cdot 618{,}75$

c) $[0{,}16 + 0{,}(16)] : 0{,}28 : \frac{2}{99} - \frac{6}{7}$

d) $\left[0{,}(375)-\frac{3}{8}\right]:\frac{5}{37}:\frac{7}{360}$

e) $\frac{0{,}(72)+0{,}72}{0{,}(36)+0{,}36}$

f) $\frac{0{,}75+0{,}(75)}{0{,}15+0{,}(15)}$

g) $\left[2017-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\ldots+\frac{2016}{2017}\right)\right]:$

$:\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2017}\right]$

h) $\frac{1}{2014\cdot 2015}+\frac{1}{2015\cdot 2016}+\frac{1}{2016\cdot 2017}+\frac{1}{2017}$

* i) $\left(\frac{22011}{99}+\frac{22011}{88}+\frac{22011}{77}\right):\frac{9\cdot 8+9\cdot 7+8\cdot 7}{9\cdot 8\cdot 7}$

* j) $\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2^3}-\ldots-\frac{1}{2^{2017}}\right)\cdot 2^{2018}$

* k) $\frac{3}{1}+\frac{5}{2}+\frac{7}{3}+\ldots+\frac{61}{30}-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{30}\right)$

10. Într-o cutie de medicamente încap 10 tuburi, fiecare cu 20 comprimate. Ştiind că un comprimat cântăreşte 10,3 g, un tub gol 3,5 g, iar cutia goală 12,6 g, află cât cântăreşte cutia plină (în grame).

11. Ana avea o sumă de bani. După ce a cheltuit o treime din ea, apoi jumătate din cât i-a rămas şi apoi trei pătrimi din cât i-a rămas a doua oară, a mai rămas cu 21,75 lei. Ce sumă de bani a avut Ana la început?

V

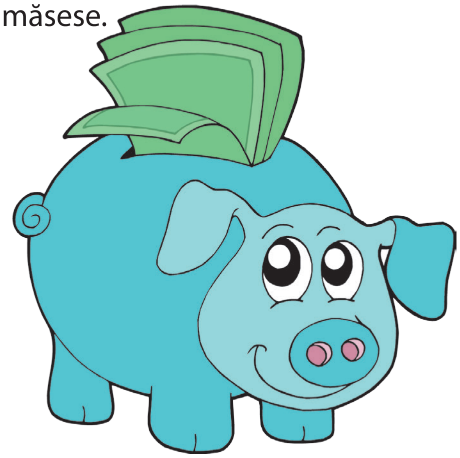
11. Probleme

1. Maricel a parcurs $\frac{6}{5}$ dintr-un drum de 40 km, iar Mititel a parcurs $\frac{7}{4}$ dintr-un drum de 28 km. Cine a mers mai mult?

2. Pentru prepararea unei pâini s-au folosit 0,500 kg făină, 1,053 kg apă, 0,012 kg drojdie și 0,005 kg sare.
La coacere se pierde prin evaporare 0,620 kg apă. Cât cântărește pâinea coaptă?

3. * Ana avea o sumă de bani. După ce a cheltuit jumătate din ea, apoi jumătate din cât i-a rămas și apoi jumătate din cât i-a rămas a doua oară, a mai rămas cu 12,25 lei. Ce sumă de bani a avut Ana la început?

4. Cosmin a primit 140 lei. Află câți bani i-au mai rămas după ce a cheltuit în prima fază două cincimi din sumă, iar în a doua, trei pătrimi din ce îi rămăsese.

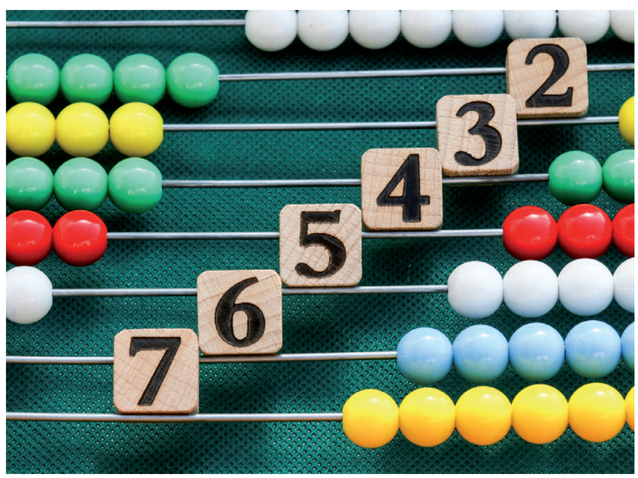


5. O piscină se umple dacă se deschid timp de o oră 4 robinete, prin oricare curgând 22,5 ℓ de apă în fiecare minut.
Dacă vrem să o golim, avem două guri de evacuare a apei, prin fiecare se scurg 30 ℓ în fiecare minut.
În cât timp se golește piscina?

* Află trei numere știind că îndeplinesc simultan condițiile:

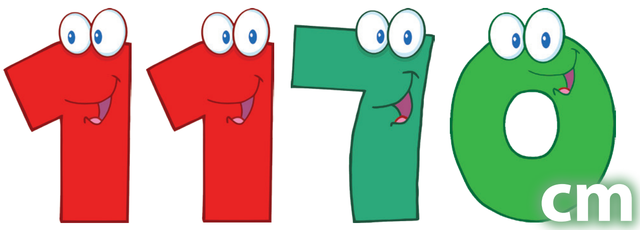
a) jumătate din primul număr este cât o treime din al doilea și cât două cincimi din al treilea;
b) diferența dintre al doilea și al treilea este 1,08(3).

7. Media aritmetică a trei numere este 37,(6), iar media aritmetică a primelor două este 17,5. Află numerele, știind că al doilea este de 4 ori mai mare decât primul.



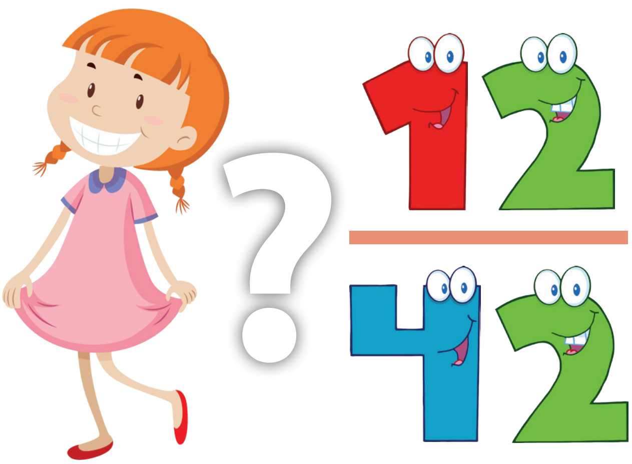
8. Calculează $\frac{2}{5}$ din 60 minute.

9. Un segment de lungime 1 170 cm se împarte în două părți. Știind că lungimea primei părți reprezintă $\frac{5}{8}$ din lungimea celei de-a doua părți, determină câți metri are prima parte.



10. Un creion costă 2,55 lei și un caiet costă 7,50 lei. Cât costă 3 creioane și 2 caiete la un loc?

11. Raluca s-a gândit la o fracție și după ce a amplificat-o a obținut $\frac{12}{42}$. La ce fracție s-a gândit? Găsește toate variantele.



12. Partea întreagă a unui număr zecimal este formată dintr-o cifră, iar partea zecimală are două cifre. Găsește acest număr, dacă cifra întregilor este triplul cifrei zecimilor, iar cifra zecimilor este triplul cifrei sutimilor.

13. După ce a cheltuit în prima zi $\frac{2}{5}$ dintr-o sumă de bani, iar în a doua zi $\frac{1}{3}$ din ceea ce i-a mai rămas, Catinca mai are de cheltuit 60 lei. Ce sumă a avut inițial?

14. Dintr-un vas s-au scos $\frac{2}{5}$ din cantitatea de apă și au mai rămas 9 ℓ.
Află capacitatea vasului.

15. Un automobil parcurge $\frac{2}{7}$ din drum, adică 217 km. Află lungimea drumului.

16. După ce a parcurs $\frac{2}{7}$ dintr-un traseu și încă
* 24 km, un turist mai are de parcurs o treime din traseu.
Ce lungime avea întregul traseu?

V Recapitulare

1. Se consideră fracția zecimală 13,4862. Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții (A-adevărat, F-fals):
a) Partea întreagă a fracției zecimale este 13.
b) Partea zecimală a fracției zecimale este formată cu cifre impare.
c) Cifra zecilor este 3.
d) Cifra zecimilor este 4.
e) Cifra sutimilor este 8.
f) Cifra unităților este cu 3 mai mică decât cifra miimilor.
g) Suma cifrelor părții zecimale a fracției zecimale este de cinci ori mai mare decât suma cifrelor părții întregi.

2. Scrie următoarele fracții zecimale:
a) în ordine crescătoare
21,54; 215,4; 49,98; 3,99; 2,154; 4,998.
b) în ordine descrescătoare
33,998; 23,999; 5,1; 13,9; 24,01; 38,999.

3. Scrie două fracții zecimale cuprinse între:
a) 4,52 și 4,9; b) 254,45 și 254,49.

4. Calculează.
a) $21,45 + 32,12$ b) $5,458 + 4,233$
c) $0,45 + 2,39 + 7,08$ d) $54,6 + 41,24 + 14,09$
e) $6,49 + 25,37 + 48,66$ f) $0,21 + 4,895 + 17,4$
g) $8,789 + 0,054 + 85,86$
h) $156,4589 + 45,5687$
i) $2,145 + 21,45 + 214,5$
j) $7 + 0,07 + 0,007 + 0,0007$

5. Calculează.
a) $57,89 - 14,38$ b) $21,81 - 9,44$
c) $5,489 - 3,216$ d) $78 - 14,95$
e) $41,24 - 16,81$ f) $789,4 - 2,56 - 1,99$
g) $851,458 - 433,914$ h) $5,74 - 0,005 - 1,456$

6. O pară cântărește 0,314 kg, un măr cântărește 0,401 kg și o prună cântărește 0,125 kg. Cât cântăresc la un loc cele trei fructe?

7. Un automobil a parcurs 234 km în trei ore. Dacă în prima oră a parcurs 57,6 km, în cea de-a doua oră a parcurs 95,3 km, calculează câți kilometri a parcurs automobilul în cea de-a treia oră.

8. Calculează.
a) $2,4 \cdot 5$ b) $4,23 \cdot 2,1$
c) $31,6 \cdot 124,351$ d) $29,54 \cdot 0,2$
e) $4,23 \cdot 1,47 \cdot 5,69$ f) $3,17 \cdot 100 \cdot 5,1$

9. Determină cifrele *a, b, c* din egalitățile următoare.
* a) $\overline{a,b} + \overline{0,bc} = 3,06$; b) $\overline{a,b} + \overline{b,c} + \overline{c,a} = 4,4$.

10. Calculează.
a) $3,1 \cdot 10$ b) $54,23 \cdot 100$
c) $72,458 \cdot 1000$ d) $2,412 \cdot 10$
e) $0,21 \cdot 1000$ f) $1,96 \cdot 1000$

11. O editură pregătește pachetele cu manuale de matematică pentru a le trimite către școlile din țară. Manualul de matematică de clasa a V-a cântărește 0,531 kg. Cât va cântări un pachet de 15 manuale dacă ambalajul folosit pentru fiecare pachet cântărește 0,354 kg?

12. Scrie sub formă de fracție zecimală:
$\frac{8}{2}; \frac{2}{3}; \frac{14}{3}; \frac{8}{9}; \frac{41}{9}; \frac{103}{9}; \frac{56}{27}; \frac{147}{27}; \frac{75}{27}; \frac{8}{6}; \frac{31}{15}; \frac{34}{24}; \frac{111}{18};$
$\frac{41}{30}; \frac{103}{75}; \frac{149}{45}; \frac{75}{12}; \frac{13}{12}; \frac{31}{11}; \frac{34}{14}; \frac{1}{18}; \frac{5}{12}; \frac{7}{30}; \frac{53}{7}.$

13. Scrie sub formă de fracție ordinară:
3,4; 12,01; 24,876; 0,(23); 3,(2);
17,5(3); 9,23(41); 4,234561.

14. Se consideră fracția zecimală 3,(451).
* a) Scrie sub formă de fracție ordinară.
b) Care este a 2 018-a zecimală a acestei fracții zecimale?
c) Calculează suma primelor 100 de zecimale.

15. Calculează.
a) $17 : 5$ b) $12,24 : 6$ c) $57,123 : 1,8$
d) $78,45 : 0,1$ e) $567,8 : 100$ f) $789,08 : 10$

16. Determină numerele *a* și *b*.

$$a = \left(\frac{1}{2} + 0,45 \cdot 2 + 0,6\right)^2 : 0,01$$

$$b = \left[\left(\frac{7}{22} + 0,1(36) \cdot 5\right) + 2\right]^2 : 0,1$$

17. Observă tabelul cu suma cheltuită de o familie în timpul unei săptămâni pentru fructe.

Ziua	1	2	3	4	5	6	7
Suma	8 lei	11 lei	7 lei	12 lei	10 lei	15 lei	18 lei

Află suma medie cheltuită pe fructe:
a) în primele 4 zile; b) în ultimele 4 zile;
c) toată săptămâna.

Evaluare

Valea Prahovei este cunoscută pentru obiective turistice importante cum sunt: Castelul Peleș (reședința de vară a foștilor regi ai României), aflat în Sinaia, sau Sfinxul (centrul energetic al Munţilor Carpaţi), cu acces din Bușteni, Crucea de pe Caraiman (cea mai înaltă cruce din lume ridicată la 2300 m altitudine, conform *Guinness Book of World Records* din *2014*), cu acces din Bușteni, sau Babele (doamne bătrâne), Altarele ciclopice din Caraiman, cu acces din Bușteni. Valea Prahovei excelează și în domeniul sporturilor de iarnă. Cele patru domenii schiabile din Sinaia, Bușteni, Azuga și Predeal însumează peste 20 de pârtii cu grade diferite de dificultate. Pârtii precum Clăbucet din Predeal, Sorica din Azuga, Kalinderu din Bușteni sau Valea Dorului din Sinaia sunt bine cunoscute iubitorilor de schi.

*Pentru a răspunde la cerințele **1 – 3**, citește următorul text:*

În luna decembrie, meteorologii au măsurat grosimea zăpezii la principalele pârtii de pe Valea Prahovei. Ei au obținut următoarele rezultate:

Pârtia	Sinaia Valea Dorului	Sinaia Papagal	Bușteni Kalinderu	Azuga Sorica	Predeal Clăbucet
Grosimea strat zăpadă (cm)	29,67	57,31	41,12	63,34	48,86

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect

1. Pârtia cu cel mai gros strat de zăpadă este:
a) Papagal b) Kalinderu c) Valea Dorului d) Clăbucet e) Sorica

2. Pârtia al cărei strat de zăpadă este mai gros cu 11,45 cm decât stratul de zăpadă de pe pârtia Valea Dorului este:
a) Valea Dorului b) Kalinderu c) Papagal d) Clăbucet e) Sorica

3. Dacă pe pârtia Clăbucet se folosesc tunurile de zăpadă, grosimea stratului de zăpadă necesar, astfel încât să fie egală cu cea de pe pârtia Papagal, este:
a) 8,55 b) 7,45 c) 8,45 d) 8,35 e) 9,45

*Pentru a răspunde la cerințele **4 – 5**, citește următorul text:*

Lungimea pârtiei Valea Dorului este de 0,895 km, lungimea pârtiei Papagal este de 0,9 km, lungimea pârtiei Kalinderu este de 1,5 km și pârtiile Sorica și Clăbucet au aceeași lungime, de 2,1 km.

4. Calculează care este lungimea totală a celor cinci pârtii.

5. Care este lungimea tuturor pârtiilor de pe Valea Prahovei știind că aceasta este de 5,9 ori mai mare decât lungimea celor cinci pârtii?

*Pentru a răspunde la cerințele **6 – 8**, citește următorul text:*

În vacanța de iarnă, Asociația Sportivă din școală organizează o tabără de schi, de o săptămână, la Sinaia. Pentru a ajunge la pârtii se poate folosi telecabina, prețul fiind de 65 lei pe zi, telegondola, prețul fiind de 48 lei pe zi, sau telescaunul, prețul fiind de 35 lei pe zi. Pentru un abonament de o săptămână, în care poți folosi oricare mijloc de urcare, prețul este de 310 lei. Din clasa a V-a s-au înscris pentru a participa la această tabără 21 de elevi.

6. Care este prețul mediu pentru cele trei mijloace de urcare ce deservesc pârtiile?

7. Care este prețul mediu pe zi pentru un abonament de o săptămână?

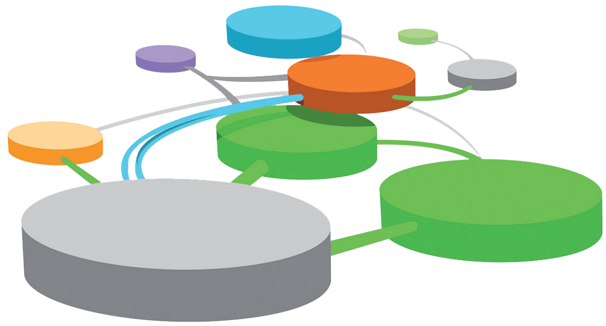
8. Dacă din elevii clasei a V-a 11 își vor cumpăra abonamente de o săptămână, patru vor folosi telescaunul, trei telegondola și restul telecabina, calculează prețul mediu, pentru un elev, necesar acoperirii cheltuielilor de transport către pârtii.

Numărul exercițiului	1	2	3	4	5	6	7	8	oficiu
Punctaj	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	20 p

Unitatea VI

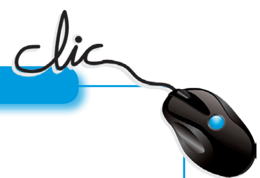
Organizarea datelor

Pe parcursul acestei unități vei exersa:
- Identificarea unor date, mărimi și relații matematice în contextul în care acestea apar
- Prelucrarea unor date de tip cantitativ, calitativ, structural, specifice matematicii, cuprinse în diverse surse informaționale
- Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
- Reprezentarea matematică a unei situații date provenite din practică, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)



Matematica de lângă noi

Proiect — **Tema 6 Date statistice în clasa noastră**



Structura proiectului

1 Cere acordul colegilor tăi din clasă, culege următoarele date și completează tabelul:

Numele și prenumele	Băiat / Fată	Ziua de naștere	Luna nașterii	Anul nașterii	Înălțimea (cm)	Numărul fraților și surorilor

2 Analizează datele obținute și răspunde la întrebările:
- Care este frecvența apariției numărului de fete în clasa ta?
- Care este frecvența apariției numărului de băieți în clasa ta?
- Câți dintre colegii tăi sunt născuți în aceeași zi cu tine?
- Câți dintre colegii tăi sunt născuți în aceeași lună cu tine?
- Câți dintre colegii tăi sunt născuți în același an cu tine?
- Care este luna în care s-au născut cei mai mulți dintre colegii de clasă?
- Câți dintre colegii tăi nu vor aduce bomboane de ziua lor pentru că este vacanță?
- Care este înălțimea medie a fetelor din clasă?
- Care este înălțimea medie a băieților din clasă?
- Care este media numărului de frați și surori ai colegilor tăi din clasă?
- Câți dintre colegii tăi au împlinit 5 ani într-un an care este număr natural prim?

3 a) Realizează o diagramă coloană pentru a reprezenta numărul fetelor și numărul băieților din clasa ta.

b) Realizează o diagramă cu bare orizontale pentru a reprezenta repartiția colegilor tăi în funcție de luna nașterii.

c) Realizează o diagramă cu linii pentru a reprezenta repartiția colegilor tăi în funcție de anul nașterii.

d) Realizează o diagramă coloană pentru a reprezenta repartiția colegilor tăi în funcție de următoarele tranșe de înălțime (cm): 125-130; 131-135; 136-140; 141-145; 146-150; 151-155; 156-160.

Hm... oare la ce folosește asta?

O zicală populară spune că „O imagine face cât o mie de cuvinte”. Istoria vizualizării informațiilor este bogată și fascinantă. Omenirea a început să transmită într-o formă vizuală aspecte de viață încă de când primii oameni preistorici au învățat să deseneze pe pereții peșterilor.

VI

1. Probleme de organizare a datelor. Frecvență

Observ. Descopăr. Înțeleg

În luna ianuarie 2017, în România au fost înregistrate 15 096 de nașteri. Având în vedere faptul că în România funcționează aproximativ 120 de maternități, putem aprecia că numărul nou-născuților într-o săptămână a lunii ianuarie în una dintre aceste maternități a fost de 28. La naștere, fiecărui bebeluș i se măsoară înălțimea și greutatea.

Înălțimea la naștere este un reper important pentru stabilirea dezvoltării ulterioare a copilului.

Pentru cei 28 de nou-născuți, măsurându-le înălțimea, în centimetri, s-au obținut următoarele date:

52,5	47,2	48	54,7	49,7	50	51,5
50	47,5	50	52,5	50	47,2	49
49	48	47,5	42	53	51,5	48
53	50	50	49	52,5	48	50

Orice am dori să facem cu aceste date, așa cum sunt ele trecute în tabel este dificil să le poți interpreta. O mai bună organizare a acestor date ar fi să le așezăm ordonat. Tabelul cu datele ordonate crescător este:

42	47,2	47,2	47,5	47,5	48	48
48	48	49	49	49	49,7	50
50	50	50	50	50	50	51,5
51,5	52,5	52,5	52,5	53	53	54,7

Acum, aceste date sunt mai ușor de interpretat. Totuși, faptul că unele se repetă de mai multe ori poate crea încurcături în analiza lor. Putem rezolva acest lucru reorganizând datele într-un tabel modificat, în care să apară și de câte ori unele valori se repetă:

Înălțimea (cm)	42	47,2	47,5	48	49	49,7	50	51,5	52,5	53	54,7
Număr nou-născuți	1	2	2	4	3	1	7	2	3	2	1

Acum putem vedea cu ușurință că, spre exemplu, 7 nou-născuți au avut la naștere 50 cm, sau că este un singur nou-născut care a avut la naștere înălțimea de 54,7 cm.

Astfel putem să vedem imediat că un număr de 13 nou-născuți au avut la naștere înălțimea mai mică de 50 cm sau că 6 au avut înălțimea mai mare decât 52 cm.

Rețin

Numărul natural care arată câți din totalul celor care participă la un studiu îndeplinesc o anumită proprietate se numește ***frecvența*** apariției acelei proprietăți.

Lucrez

1. Irina a hotărât împreună cu familia sa ca la sfârșitul săptămânii să facă o vizită bunicilor. Sâmbătă dimineața la ora 7:00 au plecat către bunici, călătoria durând 6 ore. În tabelul de mai jos sunt prezentate datele ce reprezintă numărul de kilometri parcurși în fiecare din cele 6 ore.

Ora	7:00 – 8:00	8:00 – 9:00	9:00 – 10:00	10:00 – 11:00	11:00 – 12:00	12:00 – 13:00
Număr de km parcurși	50	50	0	70	60	60

Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții (A-adevărat, F-fals)

a) Bunicii se află la 290 km de familia Irinei.

b) În călătoria ei, Irina a staționat 2 ore.

c) Distanța parcursă în primele 3 ore este de 100 km.

d) Irina și părinții ei au putut face cumpărături pentru bunici între orele 9:00 și 10:00.

e) Cei mai mulți kilometri au fost parcurși între orele 11:00 și 12:00.

2. În tabelul de mai jos este prezentată repartiţia elevilor unei clase a V-a, în funcție de mediile obținute la matematică pe semestrul I.

Media	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	1	3	6	7	5	4	2

Completează propozițiile următoare pentru a obține enunțuri adevărate.

a) Numărul elevilor din această clasă este … .

b) Numărul elevilor care au obținut cel puțin media 6 și cel mult media 9 este … .

c) Frecvența apariției mediei 10 este … .

d) Numărul elevilor care au media 10 este … .

e) Numărul elevilor care au obținut media mai mică de 7 este … .

3. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile măsurate la o stație meteorologică, la aceeași oră, în fiecare zi a unei săptămâni din luna aprilie.

Ziua	Temperatura (°C)
Luni	11
Marți	18
Miercuri	15
Joi	15
Vineri	13
Sâmbătă	19
Duminică	17

Completează propozițiile următoare pentru a obține enunțuri adevărate.

a) Cea mai mare temperatură înregistrată a fost egală cu … °C.

b) Ziua săptămânii în care s-a înregistrat o temperatură de 13°C este … .

c) Frecvența apariției temperaturii de 15°C este … .

d) Numărul zilelor în care s-a înregistrat o temperatură mai mare de 16°C este … .

e) Cea mai mică temperatură înregistrată a fost în ziua de … .

4. În biblioteca școlii sunt 1 200 de culegeri de probleme, ceea ce reprezintă 20% din numărul total de cărți. În afară de culegeri de probleme, în bibliotecă mai sunt 900 de dicționare, 600 de albume de artă și restul, literatură pentru copii.

a) Câte cărți se găsesc în total în bibliotecă?

b) Completează tabelul cu datele care lipsesc.

Tipul de carte	Număr de cărți
Culegeri de probleme	1 200
Albume de artă	600
Dicționare	900
Literatură pentru copii	

c) Construiește un tabel în care datele să fie ordonate descrescător.

d) Care este numărul cărților care nu sunt nici dicționare, nici albume de artă?

e) Care este categoria cu cele mai puține cărți?

5. Cei 28 de elevi ai clasei a V-a au primit 10 fișe a câte 8 probleme de matematică. Pe parcursul primului semestru, cine a dorit a avut de rezolvat cât mai multe dintre problemele primite, acestea fiind adăugate portofoliului lor la matematică. Regula convenită a fost ca o fișă să fie considerată ca fiind rezolvată doar dacă au fost rezolvate toate problemele aflate în ea. Dacă lipsește rezolvarea unei probleme din acea fișă, niciuna dintre celelalte nu vor fi luate în calcul. La sfârșitul semestrului, după verificarea făcută de către profesor, s-au obținut următoarele date:

Număr probleme	8	16		32	40		56	64	72	80
Număr elevi	1	3	2	5	3		2	4	2	3

a) Completează tabelul cu valorile care lipsesc.

b) Câți elevi au rezolvat mai mult de 60 de probleme?

c) Câți elevi au rezolvat problemele aflate pe exact 7 fișe?

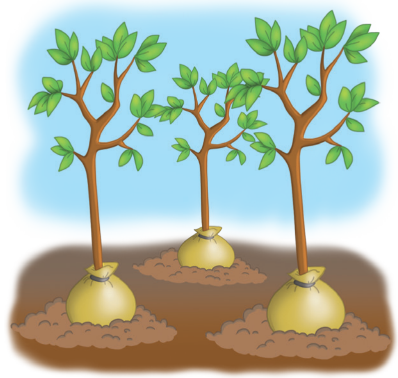
d) Profesorul a împărțit în clasă 280 de fișe. Câte dintre acestea au fost complet rezolvate?

Gândesc creativ

Frecvența cifrelor! Care cifră apare de cele mai multe ori în scrierea numerelor de la 1 la 1 000 (inclusiv)? Rezolvă problema fără a realiza manual toate calculele. Încearcă să găsești un model care se repetă.

2. Tabele și grafice

Observ. Descopăr. Înțeleg



Elevii claselor a V-a participă alături de colegii lor mai mari la o acțiune de împădurire pe dealurile din apropiere. Astfel ei speră ca prin activitatea lor să micșoreze riscul alunecărilor de teren și totodată să ajute la îmbunătățirea calității aerului din localitate. Sâmbătă și duminică, împreună cu dirigintele lor, îndrumați de voluntari, au plantat o parte din cei 4 000 de puieți de fag, arțar, stejar, mesteacăn și frasin. La sfârșitul săptămânii următoare vor planta și restul de puieți. Cei 30 de elevi din clasa a V-a au format 5 grupe, completate cu elevi din clasele mai mari, corespunzătoare celor 5 porțiuni de teren pe care se vor planta puieții.

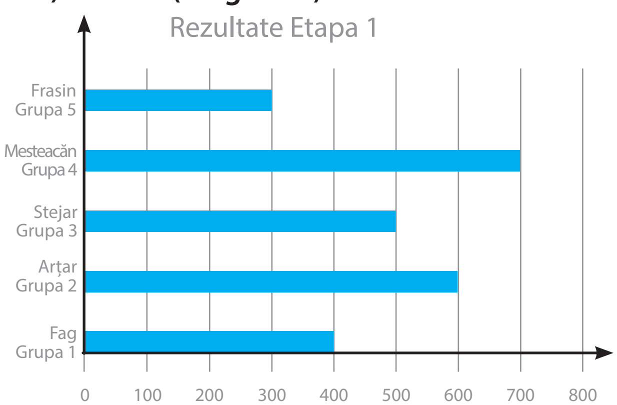
Duminică, după terminarea acțiunii, voluntarii au obținut datele următoare:

Tip de pomi	Fag Grupa 1	Arțar Grupa 2	Stejar Grupa 3	Mesteacăn Grupa 4	Frasin Grupa 5
Număr de puieți plantați	400	600	500	700	300

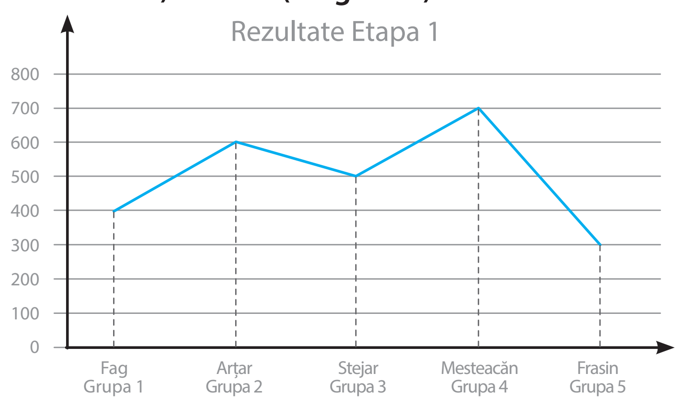
În funcție de numărul de puieți plantați, grupele câștigătoare vor fi recompensate cu diplome și cei care se vor afla pe primul loc vor participa la o excursie ecologică organizată de Asociație.

Organizarea datelor sub forma unui tabel permite elevilor din clasa a V-a să se organizeze pentru a doua etapă a acțiunii, iar elevii din fiecare grupă pot să-și organizeze strategii de acțiune care să permită obținerea locurilor care să le asigure participarea la excursie. Există și alte metode de organizare a datelor care să permită analiza. Acestea pot fi organizate sub formă de:

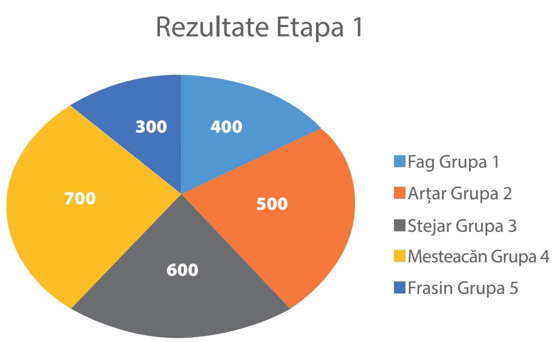
a) Grafice (diagrame) cu bare orizontale



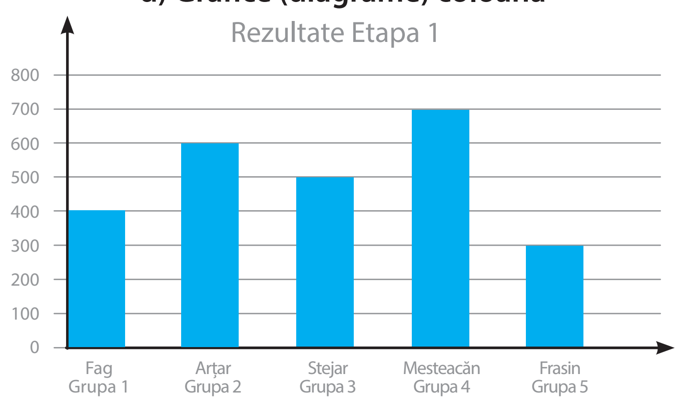
b) Grafice (diagrame) cu linii



c) Grafice (diagrame) circulare



d) Grafice (diagrame) coloană



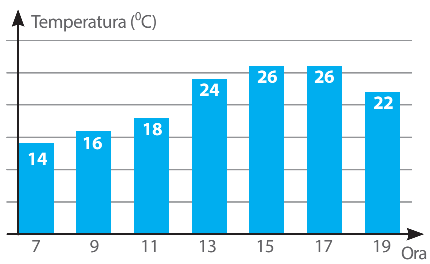
Observații

1. Organizarea datelor sub forma unor grafice sau diagrame permite o interpretare mai ușoară a acestora. Spre deosebire de tabel, unde apar doar datele scrise, la diagrame avem și o reprezentare grafică ce permite o mai bună înțelegere a acestor date.

2. Folosirea computerelor poate fi un ajutor real pentru realizarea de diagrame. Majoritatea sistemelor de operare oferă posibilitatea ca, introducând datele, să realizeze singure toate tipurile de diagrame. La orele de Informatică și TIC veți învăța în anii care urmează cum puteți folosi computerul în realizarea de grafice sau diagrame.

Lucrez

1. Observă valorile temperaturilor înregistrate la o stație meteo, din două în două ore pe parcursul unei zile, între ora 7:00 și ora 19:00.

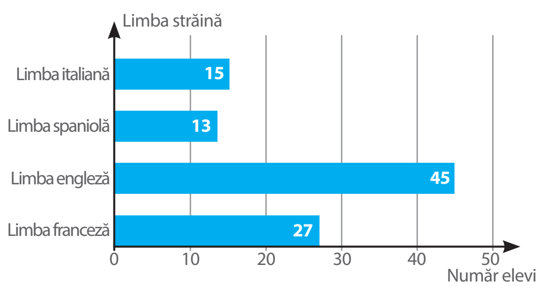


a) Care este temperatura înregistrată la ora 15?

b) Care este frecvența apariției temperaturii de 26°C?

c) Care este diferența dintre temperatura înregistrată la ora 19:00 și cea înregistrată la ora 7:00?

2. În diagrama de mai jos sunt prezentate opțiunile elevilor din clasele a V-a ale unei școli, referitoare la studiul limbilor moderne.



Completează propozițiile următoare pentru a obține enunțuri adevărate.

a) Numărul elevilor care optează pentru studiul limbii spaniole este egal cu … .

b) Cel mai mare număr de elevi optează pentru limba … .

c) Numărul total de elevi care optează este … .

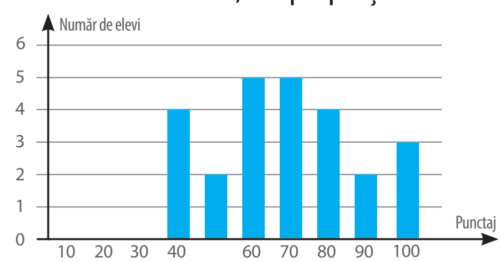
3. La un magazin de papetărie, datele ce reprezintă numărul de produse vândute într-o lună a anului sunt prezentate în următorul tabel:

Produse	Număr de produse vândute (buc.)
Hârtie copiator	10
Plicuri	40
Agende	5
Pixuri	50
Stilouri	15
Creioane mecanice	25
Markere	30

a) Folosește datele din tabel și alcătuiește diagrama (cu bare orizontale) corespunzătoare.

b) Care este produsul cu cel mai mare număr de bucăți vândute?

4. În diagrama următoare sunt prezentate rezultatele obținute de elevii clasei a V-a la Olimpiada de Matematică, etapa pe școală.



a) Completează tabelul conform diagramei.

Punctaj obținut	10	20	30	40		60	70	80	90	100
Număr de elevi	0		0	4	2	5		4	2	

b) Care este frecvența apariției punctajului de 80 de puncte?

c) Pentru calificarea în etapa următoare sunt necesare minimum 60 de puncte. Câți dintre elevii clasei s-au calificat pentru etapa pe localitate?

3. Media unui set de date statistice

Observ. Descopăr. Înțeleg

1. Rezultatele obținute de Mihai la Biologie în primul semestru sunt prezentate în următorul tablel:

Tip de evaluare	Test	Examinare orală	Proiect
Nota obținută	7	10	10

Care este media lui Mihai la Biologie pe primul semestru?

Rezolvare:

Răspunsul este foarte simplu. Mihai face suma notelor și rezultatul îl împarte la trei.

$m = \frac{7+10+10}{3} = \frac{27}{3} = 9$ Așadar, la sfârșitul semestrului, Mihai are media 9 la Biologie.

Rețin

Numărul rațional pozitiv obținut prin împărțirea dintre suma rezultatelor pe care le au o serie de date și numărul acelor date se numește ***media*** setului de date.

2. La testele la Matematică date la începutul anului școlar și la sfârșitul anului școlar, elevii clasei a V-a au obținut următoarele rezultate:

Test inițial

Nota obținută	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	1	2	2	6	7	4	3

Test final

Nota obținută	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	0	1	2	6	7	5	4

Analizează cu atenție rezultatele obținute. Elevii au avut un progres la Matematică?

Putem răspunde la întrebare calculând media setului de date de la fiecare test.

Vom face suma tuturor notelor obținute la fiecare test.

La testul inițial, un elev a luat nota 4, 2 elevi nota 5, tot 2 elevi nota 6, 6 elevi nota 7, 7 elevi nota 8, 4 elevi nota 9 și 3 elevi nota 10.

$S_1 = 4+5+5+6+6+7+7+7+7+7+7+8+8+8+8+8+8+8+9+9+9+9+10+10+10$

Dar cum frecvența apariției unor note este mai mare decât 1, putem scrie:

$S_1 = 1\cdot 4 + 2\cdot 5 + 2\cdot 6 + 6\cdot 7 + 7\cdot 8 + 4\cdot 9 + 3\cdot 10 = 4 + 10 + 12 + 42 + 56 + 36 + 30 = 190$

Procedăm în același mod și în cazul rezultatelor obținute la testul final.

La testul final, niciun elev nu a luat nota 4, un elev nota 5, 2 elevi nota 6, 6 elevi nota 7, 7 elevi nota 8, 5 elevi nota 9 și 4 elevi nota 10.

$S_2 = 5+6+6+7+7+7+7+7+7+8+8+8+8+8+8+8+9+9+9+9+9+10+10+10+$
$+10 = 1\cdot 5 + 2\cdot 6 + 6\cdot 7 + 7\cdot 8 + 5\cdot 9 + 4\cdot 10 = 5 + 12 + 42 + 56 + 4 + 40 = 200$

Se constată ușor, analizând datele prezentate, că în clasă sunt 25 de elevi.

Suma notelor obținute la testul inițial o raportăm la numărul de elevi:

- *testul inițial*

$m_1 = \frac{190}{25} = 7{,}60$

- *testul final*

$m_2 = \frac{200}{25} = 8$

Așadar se constată, comparând cele două medii obținute, că elevii acestei clasei au progresat la Matematică pe parcursul anului școlar.

Observ. Descopăr. Înțeleg

3. La un magazin de dulciuri au fost aduse următoarele cantități de bomboane: 10 kg de dropsuri cu fructe la prețul de 20 lei kilogramul, 10 kg de jeleuri la prețul de 30 lei kilogramul, 6 kg de bomboane fondante la prețul de 45 lei kilogramul și 4 kg de bomboane cu vișine în ciocolată la prețul de 55 lei kilogramul. Care este prețul mediu al unui kilogram de bomboane?

Putem organiza datele problemei într-un tabel de date:

	Dropsuri	Jeleuri	Fondante	Vișine în ciocolată
Preț (lei)	20	30	45	55
Cantitatea (kg)	10	10	6	4

Calculăm suma ce reprezintă costul tuturor bomboanelor:

$S = 20 \cdot 10 + 30 \cdot 10 + 45 \cdot 6 + 55 \cdot 4 = 200 + 300 + 270 + 220 = 990$ (lei)

Numărul total de kilograme este 30.

Prețul mediu al unui kilogram de bomboane este $m = \frac{990 \text{ lei}}{30} = 33$ lei.

Observație! Dacă suma rezultatelor tuturor datelor nu se împarte exact la numărul de date din acea serie, media se calculează prin aproximare la sutimi.

4. Pentru aprovizionarea de iarnă, cantina școlii a achiziționat legume, conform următorului tabel:

	Cartofi	Morcovi	Ceapă	Fasole	Varză
Preț (lei)	2	3	4	8	5
Cantitate (kg)	200	30	50	40	100

Care este prețul mediu al unui kilogram de legume achiziționat?

Calculăm suma totală:

$S = 2 \cdot 200 + 3 \cdot 30 + 4 \cdot 50 + 8 \cdot 40 + 5 \cdot 100 = 400 + 90 + 200 + 320 + 500 = 1\,510$ (lei)

Numărul total de kilograme este 420.

Calculăm câtul dintre suma totală și numărul de kilograme $\frac{1\,510}{420} = 3{,}5952...$

Prețul mediu al unui kilogram de legume, aproximat la ordinul sutimilor, este de 3,60 lei.

Lucrez

1. Punctajul obținut de către elevii clasei a V-a la testul privind cunoașterea regulilor de circulație este prezentat în următorul tabel.

Punctaj	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Număr elevi	1	2	3	4	5	3	3	2	2

Care este punctajul mediu al clasei?

2. Observă, în tabelul de mai jos, notele obținute de un elev la Educație fizică, în primul semestru.

Proba	Atletism	Gimnastică	Volei
Nota obținută	8	10	

Ce notă trebuie să obțină la proba de volei ca în final să aibă media exact 9?

3. Observă datele privind călătoria Anei spre casa bunicii.

	8:00-10:00		11:00-13.00
Distanță parcursă	160 km	Pauză o oră	240 km

a) Stabilește, după tabelul de mai sus, câte ore a durat călătoria.

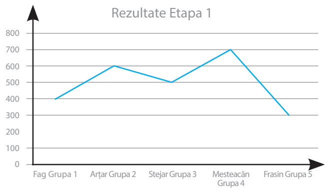
b) Calculează viteza medie a vehiculului până la pauza pe care a avut-o.

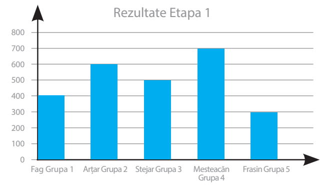
c) Calculează viteza medie a vehiculului pe toată perioada călătoriei.

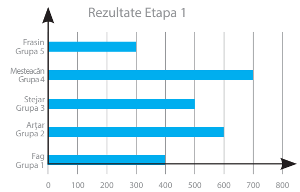
d) Calculează viteza medie a vehiculului după pauza pe care a avut-o.

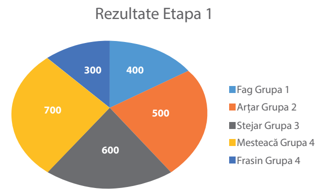
Recapitulare

1. *Asociază corect elementele din rândul de sus cu elementele corespunzătoare aflate în rândul de jos.*





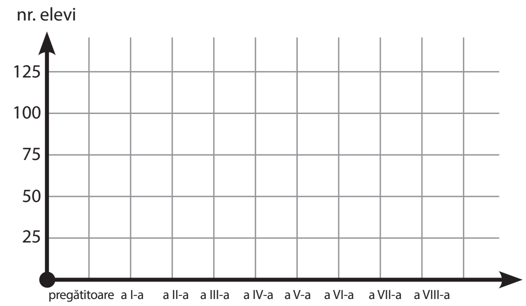




Diagrame coloană | Diagrame circulare | Diagrame cu bare orizontale | Diagrame cu linii

2. *În tabelul următor este reprezentată repartiția elevilor din școală, pe clase de studiu.*

Clasa	pregătitoare	I	a II-a	a III-a	a IV-a	a V-a	a VI-a	a VII-a	a VIII-a
Număr elevi	100	75	75	75	75	100	100	100	100



- Care este numărul total de elevi din școală?
- Care este frecvența apariției numărului 100 ?
- Câți elevi se află în ciclul gimnazial?
- Câți elevi se află în ciclul primar?
- Folosește datele din tabel și alcătuiește diagrama coloană corespunzătoare.
- Transformă diagrama realizată la punctul anterior într-o diagramă cu bare orizontale.
- Știind că într-o clasă se află 25 de elevi, stabilește câte clase se află în școală pentru ciclul primar.
- Știind că într-o clasă se află 25 de elevi, stabilește câte clase se află în școală pentru ciclul gimnazial.
- Care este valoarea medie a numărului de elevi pe an de studiu pentru elevii din ciclul primar?
- Care este valoarea medie a numărului de clase pe an de studiu pentru elevii din ciclul primar?
- Care este valoarea medie a numărului de elevi pe an de studiu pentru elevii din ciclul gimnazial?
- Care este valoarea medie a numărului de clase pe an de studiu pentru elevii din ciclul gimnazial?
- Care este valoarea medie a numărului de elevi pe an de studiu pentru elevii din școală?

3. *În pliantul de prezentare al unei agenții de turism pentru sezonul estival se află umătorul tabel de date:*

Perioada 15 iunie – 1 iulie							
Hotel	Cazare și mic dejun o cameră/zi	Prânz și cină 1 persoană/zi	Număr camere	Număr camere cu acces la internet	Număr apartamente	Parcare păzită	Distanța față de plajă (m)
Belvedere	120	60	40	30	7	-	500
Casa Grande	95	-	30	17	5	-	750
Terra	115	50	32	15	-	-	1 200
Europa	370	150	150	150	30	da (cu o taxă de 10 lei/zi)	50
Coralis	250	100	40	40	10	da	100

- Care este cel mai ieftin hotel pentru cazare?
- Care este prețul mediu al unei camere?
- Care este prețul mediu al celor două mese (prânz și cină)?
- Care este hotelul cel mai depărtat de plajă?
- Care sunt hotelurile cu acces la internet în toate camerele?
- Care sunt costurile petrecerii unei săptămâni în *Hotelul Belvedere*?

Elevii clasei a V-a merg împreună cu dirigintele lor și profesorul de Geografie într-o excursie în Munții Retezat. Pentru a cunoaște mai bine locurile pe care le vor vizita, elevii au cules câteva date despre zona Munților Retezat. Astfel ei au aflat că în Munții Retezat sunt șapte vârfuri de peste 2 400 m: Vârful Bucura – 2 433 m, Vârful Custura – 2 457 m, Vârful Mare – 2 463 m, Vârful Păpușa – 2 508 m, Vârful Peleaga – 2 509 m, Vârful Retezat – 2 482 m, Vârful Sântămăria – 2 400 m.

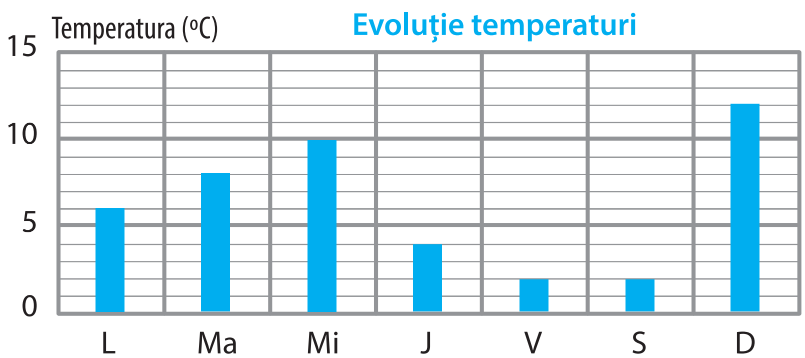
1. Construiește un tabel în care datele referitoare la înălțimile vârfurilor să fie organizate crescător.

2. Construiește o diagramă cu bare orizontale în care să prezinți înălțimea celor șapte vârfuri importante din Munții Retezat.

3. Care este variația între cel mai înalt și cel mai scund dintre cele șapte vârfuri?

4. Care este media setului de date reprezentând înălțimile vârfurilor?

Tot pentru pregătirea excursiei, elevii au aflat că temperaturile la stația meteo din apropierea stației Salvamont au fost înregistrate ca în diagrama următoare:



5. Completează tabelul de date corespunzător diagramei prezentate:

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura (°C)	6	8					

6. Care este frecvența apariției temperaturii de 2°C?

7. Care este variația temperaturii în săptămâna în care s-au strâns datele?

8. Care este temperatura medie a săptămânii?

Numărul exercițiului	1	2	3	4	5	6	7	8	oficiu
Punctaj	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	20 p

Unitatea VII

Elemente de geometrie

Pe parcursul acestei unități vei exersa:

- Identificarea noțiunilor geometrice elementare și a unităților de măsură în diferite contexte
- Utilizarea instrumentelor pentru a desena figuri geometrice plane descrise, în contexte matematice date
- Interpretarea unei configurații geometrice în sensul recunoașterii elementelor ei și a relaționării cu unitățile de măsură studiate
- Analizarea unor probleme practice care include elementele de geometrie studiate
- Reprezentarea matematică a unei situații date, provenite din practică, în context intra și interdisciplinar

Matematica de lângă noi

clic

Proiect — **Tema 7 Geometria și natura-Fractali**

Structura proiectului

1 *Construcții geometrice cu rigla și compasul*

Pe o pagină albă construiește o configurație geometrică după următorii pași:

Pasul 1- Desenează un segment de dreaptă de lungime 9 cm, pe care îl împarți în trei părți egale.

Pasul 2 - Folosind rigla, compasul sau raportorul, desenează folosind segmentul din mijloc un triunghi cu toate laturile congruente. Apoi, șterge segmentul din mijloc.

Pasul 3 - Pe fiecare dintre cele patru segmente de dreaptă ale figurii obținute, repetă *Pasul 1* și *Pasul 2* (se împart segmentele în trei părți egale, se șterge cel din mijloc și în locul lui se desenează triunghiul cu laturile congruente);

Pasul 4 - Pe fiecare dintre segmentele de dreaptă ale figurii obținute, repetă *Pasul 1* și *Pasul 2*.

Pe o altă pagină albă construiește o nouă configurație geometrică astfel: desenează în centrul paginii un triunghi cu toate laturile congruente de lungime 9 cm, apoi pe fiecare dintre cele trei laturi construiește configurații urmând primii trei pași prezentați anterior.

2 *Raționamente matematice aplicate configurațiilor geometrice construite*

Este evident că, prin modul de realizare a desenelor, numărul segmentelor crește odată cu fiecare pas al configurației. Observă o regulă și argumentează de ce la al 8-lea pas se va obține o figură cu 16 384 de segmente. Stabilește o regulă generală care să permită calculul numărului de segmente după *n* pași, unde *n* este un număr natural.

Pentru configurația construită pe a doua pagină albă, stabilește numărul axelor de simetrie pe care îl are această configurație.

3 *Legătura, folosind informații din mediul online, între configurațiile geometrice construite și fractali*

Caută în mediul virtual informații despre configurațiile geometrice numite fractali.

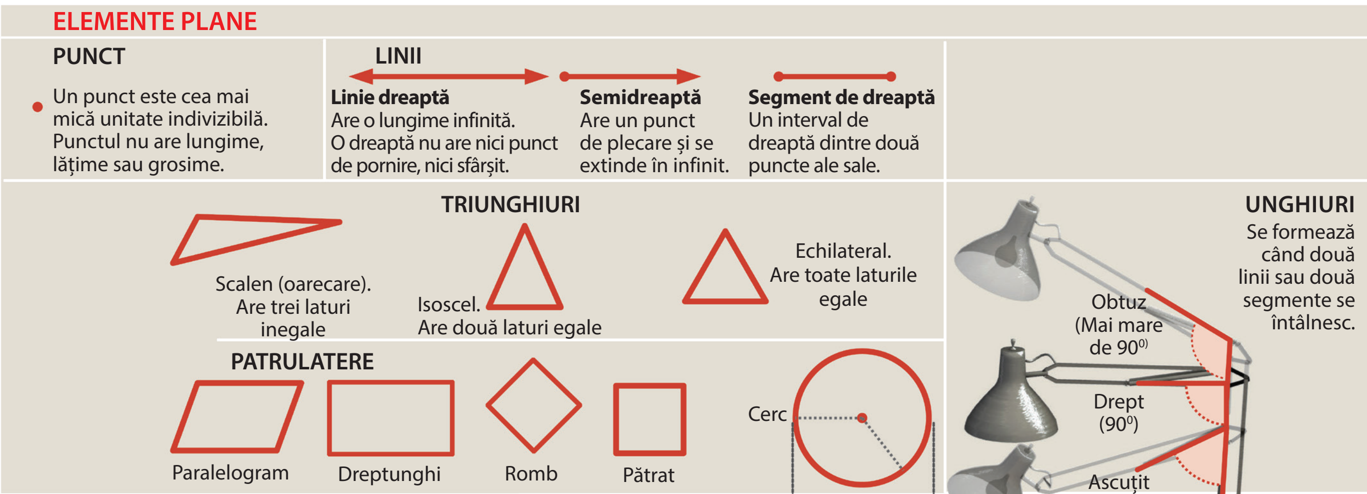
Folosind un motor de căutare și cuvintele-cheie „Arthur Clarke - Fractals - The Colors Of Infinity", „Fractals - Mandelbrot Set (M-Set)", „Nova - Fractals - Hunting the hidden dimension", urmărește imagini video cu fractali.

Realizează un material de 2-3 pagini în care încerci să explici colegilor tăi din clasă, pe înțelesul lor, ce este un fractal, cum seamănă configurația realizată de tine cu exemple celebre de fractali, cum aceste configurații le găsim în natură și, folosind cunoștințele de la Biologie, stabilește grupele de organisme în care se regăsesc fractalii din natură.

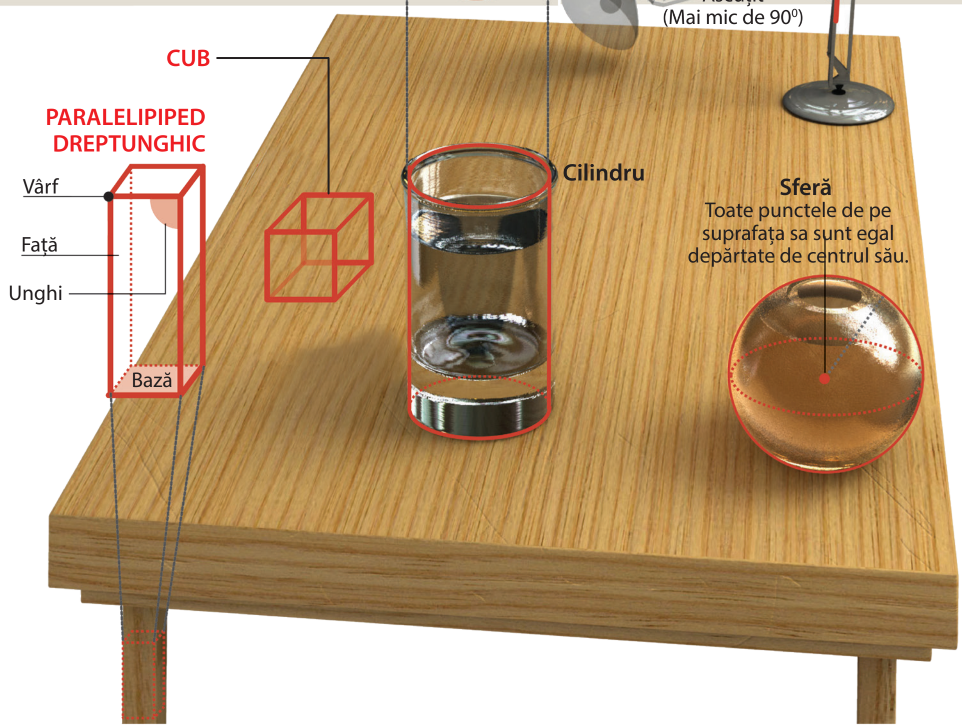
4 *Toate materialele realizate le aduni într-o mapă și le pui la* ***Portofoliul*** *tău.*

Hm... oare la ce folosește asta?

Geometria a fost dezvoltată pentru a îmbunătăți înțelegerea formelor naturale. Aceasta implică toate elementele care pot fi situate într-un plan, precum și figuri spațiale.



Situații din viața de zi cu zi în care folosești puncte, linii, unghiuri



Folosim unghiurile când tăiem în bucăți triunghiulare o pizza rotundă sau când deschidem și închidem o ușă. • Planurile înclinate, rampele și drumurile în pantă, toate au fost construite folosind unghiuri. • Construcțiile sunt realizate ținând cont de ughiuri pentru a fi rezistente la cutremure, plăcute din punct de vedere estetic și utile. • Piloții trebuie să cunoască unghiurile optime de decolare și aterizare. • În scriere, folosim anumite unghiuri pentru a nota diferit simbolurile literelor (L, Y, Z, V). • Relația dintre Soare, un obiect și umbra sa, rotația planetelor la diverse unghiuri față de axele lor, toate necesită cunoștințe despre măsurarea unghiurilor. • Soldații folosesc unghiurile pentru a descrie rapid poziția unui obiect de pe teren. „Elicopter la ora 2" descrie poziția unui obiect folosind unghiul imaginar al acelor de ceasornic. • Opticienii studiază unghiurile la care ochiul uman și lentilele ochelarilor reflectă lumina. • Poziția corectă la masa de scris implică așezarea unor segmente ale corpului la unghi drept.

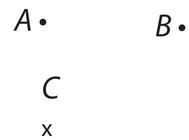
VII

1. Punct. Dreaptă. Plan

Observ. Descopăr. Înțeleg

Punctul, dreapta, planul sunt figurile geometrice fundamentale ale geometriei.

Nu există alte figuri geometrice „mai simple” cu ajutorul cărora putem defini punctul, dreapta sau planul. Putem doar să le descriem folosind obiecte din lumea înconjurătoare și să scoatem în evidență proprietăți ale acestora.

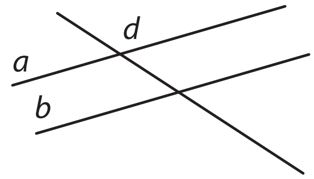


PUNCTUL

- poate fi asemuit cu urma lăsată de un creion ascuțit pe o foaie de caiet;
- nu are dimensiuni. Se notează cu literele mari ale alfabetului latin.

DREAPTA

- poate fi asemuită cu un fir de ață bine întins și nesfârșit;
- este formată dintr-o mulțime infinită de puncte care se „prelungesc” la nesfârșit în ambele direcții;
- se notează cu literele mici ale alfabetului latin.



PLANUL

- poate fi asemuit cu suprafața unei ape liniștite;
- este format dintr-o mulțime infinită de puncte care se „prelungesc” la nesfârșit în toate direcțiile;
- foaia caietului sau tabla pot fi considerate ca reprezentarea unui plan.

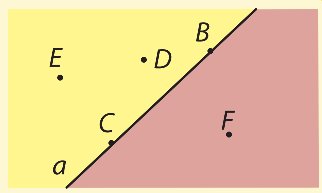
Imaginea alăturată reprezintă o fotografie a celui mai lung pod din lume. Este vorba de Podul Qingdao din China, cu o lungime de 41 km.

Marea Galbenă (peste care este construit podul) poate fi considerată o reprezentare a planului și podul ca o reprezentare a unei drepte. Observați că podul (dreapta) delimitează suprafața mării (planului) în două regiuni. În geometrie aceste regiuni se numesc *semiplane*.

Rețin

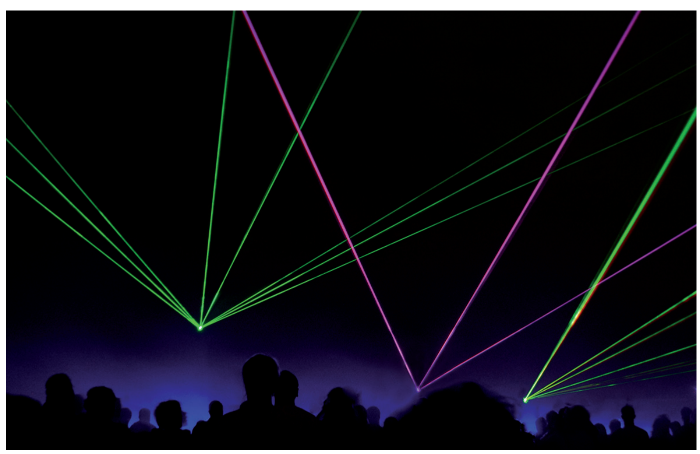
SEMIPLANUL reprezintă toate punctele din plan aflate de aceeași parte față de o dreaptă dată.

Dreapta care separă planul în două regiuni se numește ***frontiera*** semiplanului.



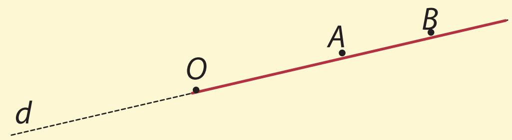
Imaginea alăturată reprezintă raza unui laser puternic care a fost proiectată spre cer în cadrul unui spectacol de lumini organizat în orașul Lyon, din Franța.

Putem considera că această rază reprezintă o dreaptă? Răspunsul este NU! O dreaptă se prelungește la nesfârșit în ambele sensuri ale direcției sale; raza laserului se prelungește la nesfârșit doar într-un singur sens. În acest caz există un „punct de plecare”. Practic, această rază reprezintă o „jumătate” dintr-o dreaptă.



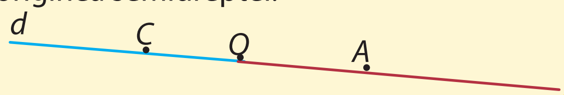
Rețin

Se consideră o dreaptă *d* și *O* un punct situat pe această dreaptă. Punctele dreptei aflate de aceeași parte față de punctul *O* reprezintă o ***semidreaptă*** cu originea în *O*.



Semidreptele se notează *OA* sau (*OA* și citim „semidreapta *OA*", paranteza rotundă având rolul de a pune în evidență punctul care reprezintă originea semidreptei.

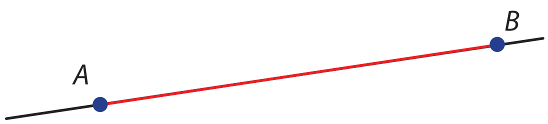
Observație: Orice punct situat pe o dreaptă este originea a două semidrepte: (*OC* și (*OA*.



SEGMENTUL DE DREAPTĂ

Se consideră o dreaptă *d* și două puncte, *A* și *B*, situate pe această dreaptă. Toate punctele dreptei aflate între *A* și *B* reprezintă un segment de dreaptă, ale cărui extremități sunt cele două puncte.

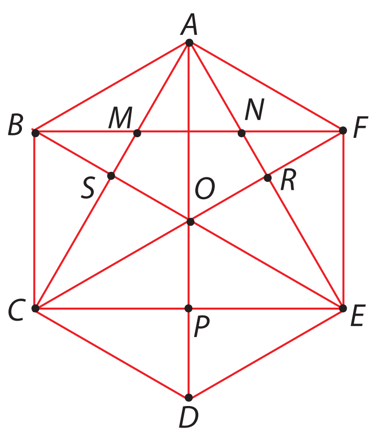
Segmentele de dreaptă se notează prin cele două extremități ale sale: *AB* și citim „segmentul de dreaptă *AB*".



Dreapta *d* se numește *dreapta suport* a segmentului de dreaptă *AB*.

Lucrez

1. În figura de mai jos este reprezentată schematic grădina publică din centrul unei localități. Asociază corect elementele din coloana din stânga cu elementele corespunzătoare aflate în coloana din dreapta.



1. *A, M, S*	a) Segmente de dreaptă
2. *BE, CD*	b) Drepte care se intersectează
3. *AB, BC, CD, DE, EF, FA*	c) Puncte aflate pe aceeași dreaptă
4. *E, B, D*	d) Poligon
5. *AD, EC*	e) Triunghi
6. *ABCDEF*	f) Dreptunghi
7. *BCEF*	g) Puncte care nu se află pe aceeași dreaptă
8. *BSC*	h) Drepte paralele

2. Construiește, folosind rigla, următoarele configurații. Notează corespunzător figurile geometrice realizate.

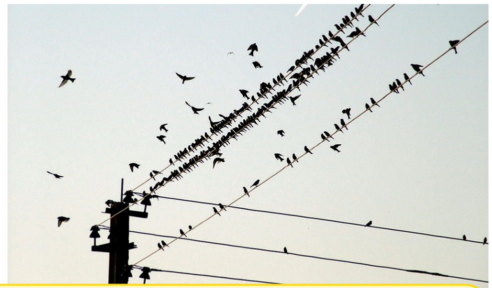
a) o dreaptă, două puncte care aparțin dreptei și două puncte care nu aparțin acestei drepte;
b) două drepte care au un punct comun și câte un punct care se află pe fiecare dreaptă;
c) două drepte care nu au niciun punct comun;
d) trei drepte care au două câte două un punct comun;
e) două semidrepte care au aceeași origine;
f) trei semidrepte care au aceeași origine;
g) două segmente de dreaptă care au aceeași dreaptă suport;
h) trei segmente de dreaptă care au drepte suport diferite.

2. Pozițiile unui punct față de o dreaptă. Pozițiile relative a două drepte

Observ. Descopăr. Înțeleg

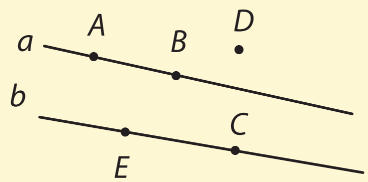
În imaginea alăturată, putem considera liniile electrice ca fiind *drepte*, iar păsările, *puncte*.

O parte dintre păsări se găsesc pe liniile electrice (spunem că punctele se găsesc *pe dreaptă*), iar altă parte se află în zbor pe lângă aceste linii electrice (spunem că punctele sunt *exterioare dreptei*).



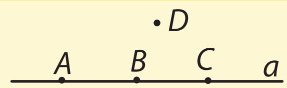
Rețin

- Punctele A și B se află pe dreapta a (se mai spune că cele două puncte aparțin dreptei a). Se notează $A \in a$ sau $B \in a$.
- Punctele C și E aparțin dreptei b ($C \in b$, $E \in b$), dar nu se găsesc pe dreapta a ($C \notin a$, $E \notin a$).
- Punctul D este exterior atât dreptei a, cât și dreptei b ($D \notin a$ și $D \notin b$).



Trei sau mai multe puncte care sunt situate pe aceeași dreaptă se numesc puncte ***coliniare***.

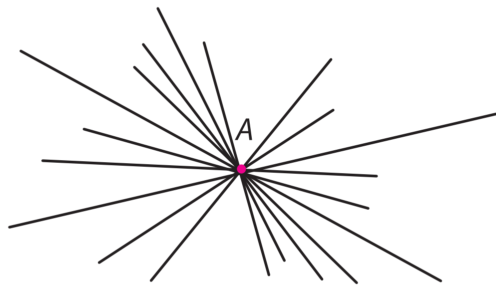
Dacă trei sau mai multe puncte nu se află pe aceeași dreaptă, vom spune că punctele sunt ***necoliniare***.



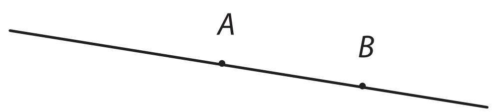
A, B, C puncte coliniare
A, B, D puncte necoliniare

Aplic

1. Desenează pe caiet un punct pe care îl notezi cu A. Cu ajutorul riglei, construiește o dreaptă care să treacă prin punctul A. Repetă procedeul și stabilește dacă pot fi construite zece drepte, fiecare dintre ele trecând prin punctul A.



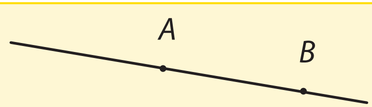
2. Desenează pe caiet două puncte distincte, notate cu A și B. Repetă procedeul anterior și stabilește dacă pot fi construite zece drepte, fiecare dintre ele trecând prin punctele A și B.



Dacă în primul desen, printr-un punct putem construi un număr oricât de mare de drepte diferite (spunem că am construit un *fascicul* de drepte), în al doilea desen, indiferent câte drepte am construi, ele se vor confunda între ele, în final având o singură dreaptă care să treacă prin punctele A și B.

Rețin

Prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una.
Spunem că drepta a este determinată de punctele A și B.



Observație: Deoarece punctele distincte A și B sunt situate pe dreapta a, atunci aceasta poate fi notată AB și vom citi „dreapta AB”. Dreapta a și dreapta AB coincid. Ele se confundă una cu cealaltă.

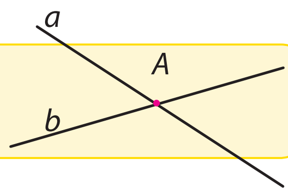
Observ. Descopăr. Înțeleg

În imaginile alăturate ne putem închipui că șinele căii ferate sunt niște drepte.

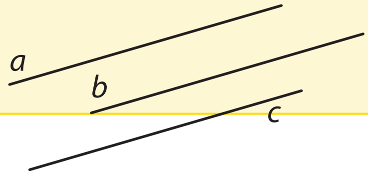
Observă că aceste drepte pot „merge” una alături de cealaltă fără să se întâlnească sau se pot întâlni.

Rețin

Două drepte care au un singur punct comun se numesc ***drepte concurente***.



Două sau mai multe drepte care, oricât ar fi „prelungite”, nu se întâlnesc niciodată se numesc ***drepte paralele***.

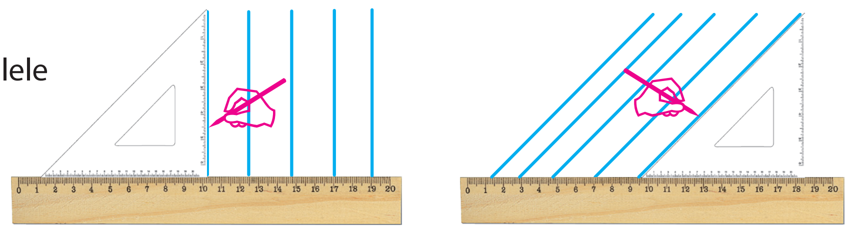


Vom spune că dreptele a, b și c sunt paralele și vom nota $a \parallel b \parallel c$.
Dacă două sau mai multe drepte sunt paralele, ele nu se intersectează.
Dintre dreptele concurente, o categorie aparte o formează dreptele perpendiculare.

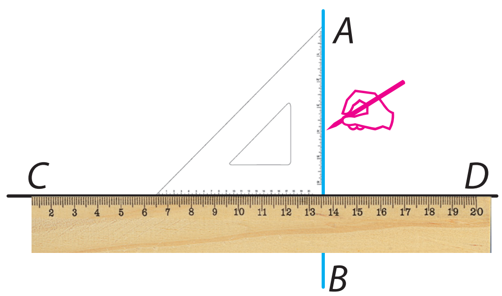
Dacă două drepte se intersectează formând unghiuri drepte, atunci ele se numesc ***drepte perpendiculare***.

Aplic

1. Trasarea dreptelor paralele cu ajutorul riglei și echerului.



2. Trasarea unei drepte perpendiculare pe o dreaptă dată folosind rigla și echerul.



Istoric

În anul 1869 s-a deschis linia de cale ferată București Filaret – Giurgiu în lungime de 67 km. Interesant de menţionat este faptul că linia fiind simplă, trebuia găsită o soluţie ca trenurile să treacă unul pe lângă altul. De obicei, într-o gară, se dubla numărul liniilor. Ei bine, la jumătatea distanţei București – Giurgiu se află gara Comana care, la vremea aceea, era așezată între linii, după sistemul englezesc. Fiecare faţadă deservea un sens de mers, iar aici trenurile se încrucișau.

Lucrez

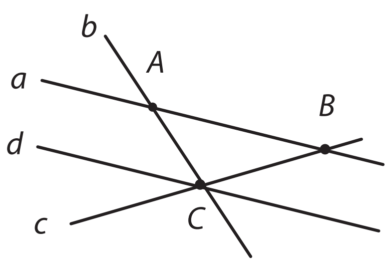
1. Construiește, folosind rigla și echerul, următoarele configurații:
a) trei drepte concurente;
b) patru drepte paralele;
c) dreapta determinată de punctele M și N.
Notează corespunzător figurile geometrice realizate.

2. a) Realizează o configurație geometrică respectând următoarele cerințe:
- dreptele a, AB și b sunt paralele și dreapta AB este trasată între dreptele a, și respectiv, b;
- trasează dreapta AM, unde M este un punct aflat pe dreapta b;
- trasează dreapta BC paralelă cu AM și C un punct aflat pe dreapta a;
- dreptele AM și a sunt concurente în punctul D;
- dreptele BC și b sunt concurente în punctul N.

b) Folosind configurația geometrică realizată, completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate.
- Punctele A și M sunt coliniare cu punctul … .
- Dreptele AD și b sunt … .
- Dreapta a este determinată de punctele … și … .
- Dreptele MN și b sunt … .

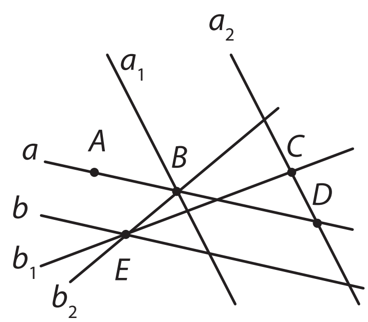
c) În configurația obținută, precizează ce figuri geometrice sunt $ABCD$, $MNBA$ și $DMNC$.

3. Observă construcția următoare. Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. (A-adevărat, F-fals)

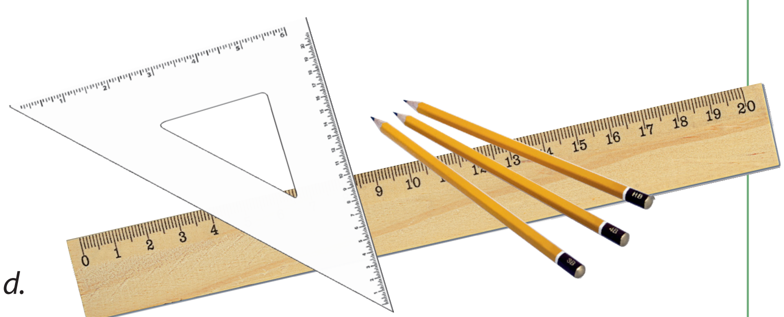


- Dreapta b este paralelă cu dreapta c.
- Dreapta c este concurentă cu dreapta d.
- Dreapta a este determinată de punctele A și C.
- Dreapta a este paralelă cu dreapta d.
- Dreptele b, d și c sunt concurente în punctul A.
- Punctele B și C determină dreapta d.
- Punctul C este comun dreptelor a și c.

4. Observă construcția următoare și apoi asociază corect elementele din coloana din stânga cu elementele corespunzătoare, aflate în coloana din dreapta.

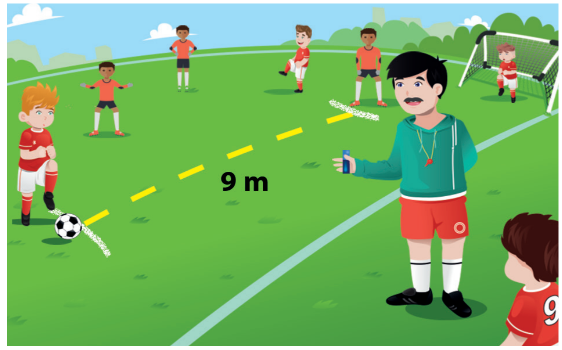


a, a_1, b_2	• Drepte concurente în punctul B
a_2	• Dreapta determinată de punctele C și D
b_1	• Drepte concurente în punctul D
a_1, a_2	• Drepte concurente în punctul C
b_1, a_2	• Dreapta determinată de punctele C și E
b, b_1, b_2	• Drepte concurente în punctul E
a, a_2	• Drepte paralele
a, b	



3. Distanța dintre două puncte. Segmente congruente

Observ. Descopăr. Înțeleg

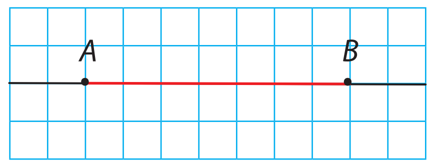


În cadrul competițiilor sportive organizate între clasele din școală se desfășoară un meci de fotbal între elevii claselor a V-a și a VI-a. Arbitrul meciului acordă o lovitură liberă echipei elevilor clasei a V-a. Este o lovitură foarte importantă, care poate duce la câștigarea meciului. Arbitrul fixează punctul din care se va executa lovitura și punctul în care elevii echipei clasei a VI-a pot forma „zidul". El măsoară cu pasul distanța dintre cele două puncte fixate, pentru ca lovitura să poată fi executată.

Putem considera locul în care este așezată mingea și locul în care stă jucătorul din „zid" ca fiind puncte. Arbitrul va măsura distanța dintre aceste puncte. O lovitură liberă va fi corect executată dacă această distanță este de 9 metri.

Rețin

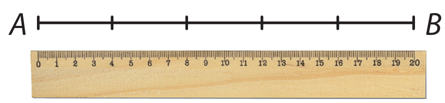
Se consideră o unitate de măsură a lungimilor, convenabil aleasă. Prin distanța dintre două puncte se înțelege numărul unităților de măsură care „intră" între cele două puncte.



Pentru a determina distanța dintre punctele A și B, unitatea de măsură „se așază" pe segmentul de dreaptă determinat de cele două puncte.

În funcție de situația dată, putem folosi mai multe tipuri de unități de măsură. Astfel:

- dacă punctele sunt reprezentate pe pagina caietului de matematică, putem folosi ca unitate de măsură „pătrățelul" caietului. Vom spune că distanța dintre punctele A și B este de 7 „pătrățele".



- dacă punctele sunt reprezentate pe o pagină fără „pătrățele" sau pe tablă, putem folosi rigla și, ca unitate de măsură, centimetrul. Spunem că distanța dintre punctele A și B este de 5 centimetri.
- dacă punctele sunt obiecte din lumea înconjurătoare, vom folosi ca unitate de măsură metrul sau kilometrul, în funcție de situația dată.

Rețin

Se consideră un segment de dreaptă AB. Vom numi ***lungimea segmentului AB*** distanța dintre cele două puncte care reprezintă capetele (extremitățile) segmentului.

Dacă distanța dintre punctele A și B este de 5 centimetri, vom spune că lungimea segmentului AB este de 5 centimetri și vom scrie: $AB = 5$ cm.

Lungimea unui segment este întotdeauna un număr.

Rețin

Două segmente de dreaptă care au aceeași lungime se numesc segmente de dreaptă ***congruente.***

Observ. Descopăr. Înțeleg

Spunem că segmentul *AB* este congruent cu segmentul *CD* și vom scrie: $AB \equiv CD$.

Atenție!

Dacă două segmente au lungimi egale, nu spunem că sunt egale, ci spunem că sunt congruente.

Construiește!

Se consideră un segment *AB* de lungime 7 cm.

Pentru a construi un alt segment *MN* congruent cu segmentul inițial, putem proceda astfel:

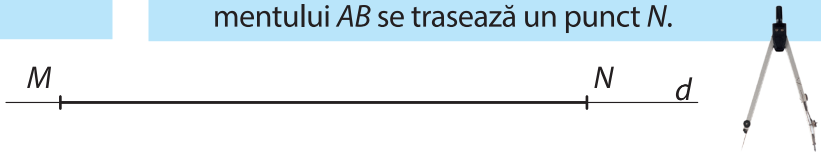
1) Cu ajutorul riglei gradate

Se consideră punctul *M*; pe o dreaptă care trece prin acest punct, cu ajutorul riglei, se determină punctul *N* aflat la 7 cm distanță de *M*.

2) Cu ajutorul riglei negradate și al compasului

a) Se așază vârful compasului în punctul *A* și se „deschide” până ce vârful creionului ajunge în punctul *B*. Deschiderea compasului este cât lungimea segmentului *AB*.

b) Se consideră punctul *M*; pe o dreaptă care trece prin acest punct, cu ajutorul compasului a cărui deschidere este cât a segmentului *AB* se trasează un punct *N*.



Construiește!

1. Se consideră segmentul *AB* de lungime 10 centimetri și *d* dreapta suport a acestui segment. Determină punctul *M*, aflat pe dreapta *d*, care se află la egală distanță de cele două capete ale segmentului.

Observă că punctul *M* nu poate fi „poziționat” pe dreapta *d* în stânga punctului *A* sau în dreapta punctului *B*. Este evident că în oricare dintre aceste două cazuri distanțele până la cele două capete ale segmentului nu mai pot fi egale.

Așadar, singura posibilitate este ca punctul *M* să fie „poziționat” în interiorul segmentului *AB*.

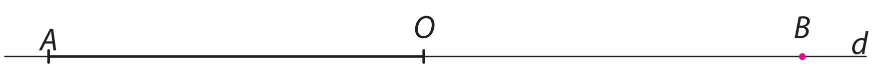
Rețin

Punctul situat în interiorul unui segment și care este egal depărtat de capetele acestuia se numește ***mijlocul*** segmentului.

2. Dacă *M* este mijlocul segmentului *AB*, segmentele *AM* și *MB* sunt congruente ($AM \equiv MB$).

Se consideră segmentul *AO* și *d* dreapta suport a acestui segment. Determină punctul *B* aflat pe dreapta *d*, astfel încât *O* să fie mijlocul segmentului *AB*.

Dacă *O* este mijlocul segmentului *AB*, oricare dintre capetele segmentului este simetricul celuilalt față de *O* (*B* este simetricul lui *A* față de *O* și *A* este simetricul lui *B* față de *O*).



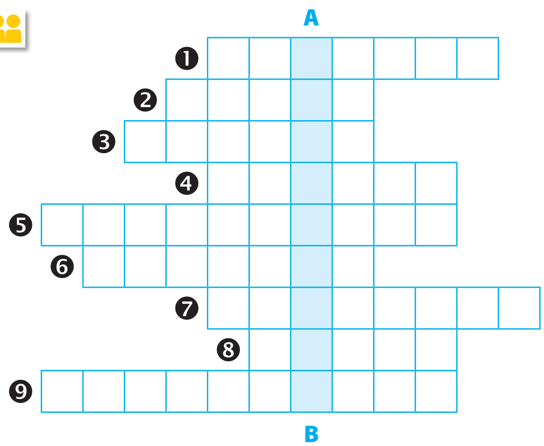
Rețin

Se consideră punctele *A* și *O*. Se numește ***simetricul punctului A față de punctul O***, punctul *B* situat pe dreapta *AO* astfel încât *O* este mijlocul segmentului *AB*.

Lucrez

1. Descoperă cuvântul aflat pe verticala A-B.

❶ Totalitatea punctelor unei drepte aflate între două puncte date.
❷ Instrument geometric folosit pentru a desena drepte paralele.
❸ Punctul unui segment, aflat la egală distanță de capetele acestuia.
❹ Instrument folosit în construcții geometrice (mai ales pentru trasarea cercurilor).
❺ Drepte care au un punct comun.
❻ Figură geometrică fundamentală, asemănătoare cu un fir de ață întins.
❼ Drepte care nu au niciun punct comun.
❽ Instrument folosit în construcții geometrice pentru trasarea dreptelor.
❾ Segmente care au aceeași lungime.



2. Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții (A-adevărat, F-fals).

a) Mijlocul unui segment este punctul aflat la jumătatea distanței dintre capetele segmentului.

b) Segmentele congruente au lungimi diferite.

c) Un punct și simetricul său față de punctul *O* se află pe aceeași semidreaptă cu originea în *O*.

d) Distanța dintre punctele *A* și *B* și lungimea segmentului *AB* sunt reprezentate de același număr.

e) Dacă un punct *M* se află la aceeași distanță față de capetele unui segment *AB*, atunci el este mijlocul acelui segment.

3. Construiește:

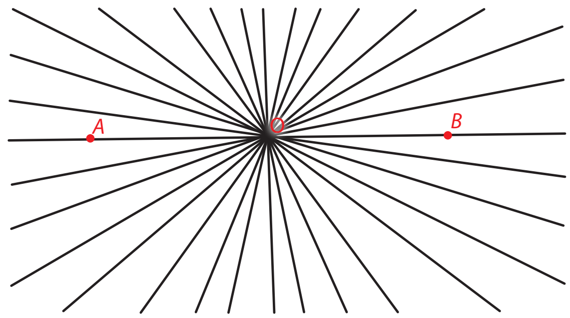
a) trei puncte coliniare *A*, *B*, *C*, astfel încât $AB = 8$ cm și *C* este mijlocul segmentului *AB*;

b) două segmente congruente care au aceeași dreaptă suport;

c) două segmente congruente care au drepte suport diferite;

d) patru puncte necoliniare *A*, *B*, *C* și *D*, astfel încât $AB = BC = 5$ cm și *A* este mijlocul segmentului *DB*;

e) un fascicul de drepte, ca în figura alăturată.



Pe una dintre aceste drepte considerăm punctele *A* și *B* astfel încât *O* să fie mijlocul segmentului *AB* și $AB = 8$ cm. Repetă procedeul pentru celelalte drepte ale fasciculului, păstrând distanța de 8 cm între puncte.
Descrie figura geometrică determinată de aceste puncte, știind că într-un fascicul se pot construi oricât de multe drepte.

4. Realizează o configurație geometrică respectând următoarele cerințe.

– Dreptele *a*, *b* și *c* sunt paralele și dreapta *b* este trasată între dreptele *a* și, respectiv, *c*.
– Dreapta *d* intersectează dreapta *a* în *A*, dreapta *b* în *B* și dreapta *c* în *C*, astfel încât $AB = 2$ cm și $BC = 4$ cm.
– Punctele *M* și *N* se găsesc pe dreapta *a*, astfel încât *N* este simetricul lui *A* față de *M* și $AN = 6$ cm.
– Punctul *P* se află pe dreapta *b*, astfel încât $BP = 6$ cm.
– Dreapta *NP* intersectează dreapta *c* în punctul *Q*.

În configurația geometrică obținută, folosind rigla și echerul, verifică dacă dreptele *AC* și *NQ* sunt paralele și dacă $CQ = 6$ cm.

VII

4. Unghi

Observ. Descopăr. Înțeleg

Pentru a-și ușura efortul depus în zborul lor către ținuturi cu o climă mai blândă, stolurile de păsări migratoare folosesc formația de zobor care se aseamănă cu litera V. Ne putem imagina că cele două laturi ale literei V reprezintă, din punct de vedere geometric, semidrepte. Pasărea care conduce stolul este „punctul” comun al celor două semidrepte. Așadar, întreaga formație de zbor reprezintă o figură geometrică.

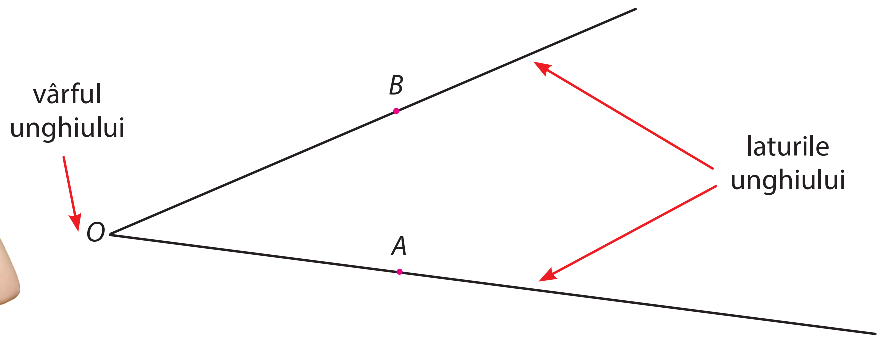
Rețin

Figura geometrică formată din două semidrepte care au aceeași origine se numește ***unghi***.

Observație!

Cuvântul „unghi” provine din limba latină – „angulus” – și are înțelesul de *colț* sau *ungher*.

Marele scriitor Mihail Sadoveanu, în romanul istoric *Neamul Șoimăreștilor,* scria: „Către fundul văii, ceilalți cotiră în frunzișul unghiului de pădure”.



Rețin

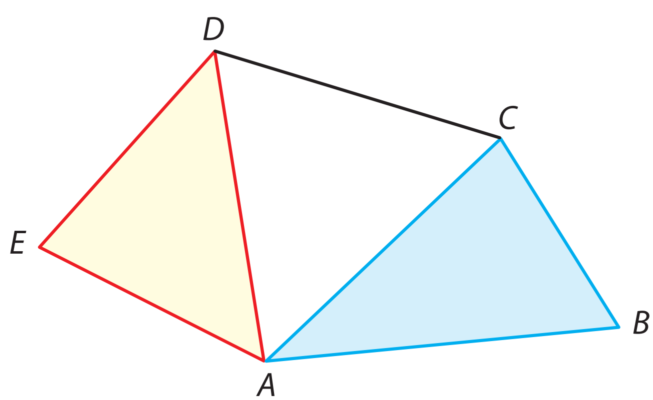
Elementele care formează un unghi sunt:
- cele două semidrepte, (*OA* și (*OB,* care se numesc ***laturile unghiului***;
- punctul *O*, originea comună a celor două semidrepte, care se numește ***vârful unghiului***.

Notații

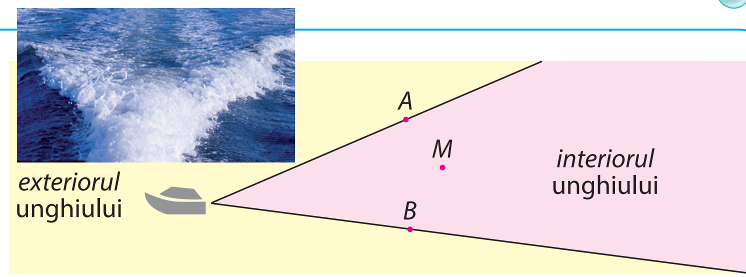
$\sphericalangle AOB$ sau $\widehat{AOB}$, unde *A* și *B* sunt puncte care se află pe laturile unghiului, iar litera din mijloc indică vârful unghiului, *O*.

Dacă nu există posibilitatea de a confunda unghiuri care au același vârf, putem nota aceste unghiuri doar cu o singură literă, ce reprezintă vârful unghiului.

Exemplu: În figura alăturată avem trei unghiuri care au vârful în *A* ($\sphericalangle EAD$, $\sphericalangle DAC$ și $\sphericalangle CAB$) și un singur unghi cu vârful în *B*, pe care îl putem nota $\sphericalangle B$.



Observați, în imaginea alăturată, cum șalupa care se deplasează pe suprafața apei lasă în urmă o „dâră”, numită *siaj*. Deplasarea șalupei face ca apa să se separe în două regiuni: una în care apa este învolburată din cauza siajului, și cealaltă, cu apă liniștită. Ne putem imagina că șalupa reprezintă vârful unui unghi și apa reprezintă planul. Astfel, în raport cu unghiul, punctele din plan determină două zone diferite.

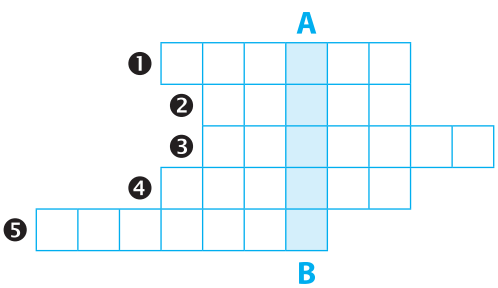


Rețin

Totalitatea punctelor M cu proprietatea că M și A se află într-un plan, de aceeași parte față de semidreapta $(OB$, iar M și B se află de aceeași parte față de semidreapta $(OA$ formează ***interiorul*** unghiului $\sphericalangle AOB$. Totalitatea punctelor care nu se află nici pe laturile unghiului, nici în interiorul său formează ***exteriorul*** unghiului $\sphericalangle AOB$.

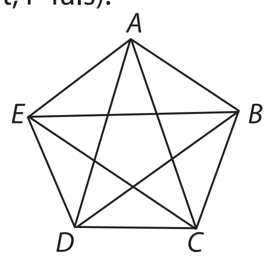
Lucrez

1. Descoperă cuvântul aflat pe verticala A-B.
❶ Una din semidreptele care formează un unghi.
❷ Figura geometrică ce reprezintă vârful unui unghi.
❸ Denumirea din limba latină a noțiunii de unghi.
❹ În afară de „colț”, alt înțeles al cuvântului unghi în limba latină.
❺ Punct care este originea semidreptelor care formează un unghi (plural).



2. Construiește, folosind rigla și echerul, următoarele configurații. Notează corespunzător figurile geometrice realizate:
a) două unghiuri cu vârfuri puncte diferite;
b) două unghiuri care au același vârf și unul dintre ele este construit în interiorul celuilalt;
c) două unghiuri care au același vârf și unul dintre ele este construit în exteriorul celuilalt.

3. Observă construcția următoare și stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții (A-adevărat, F-fals).



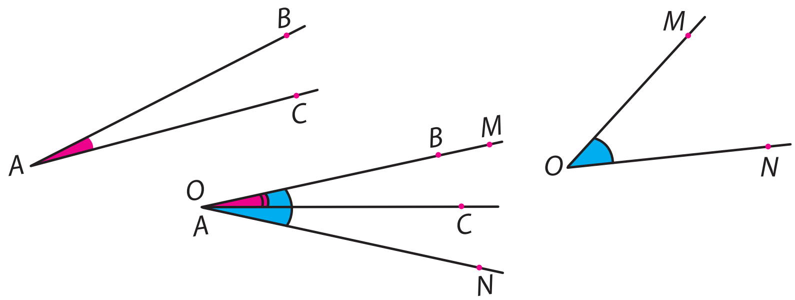
a) $\sphericalangle CAD$ și $\sphericalangle DAE$ au același vârf.
b) $\sphericalangle DBE$ și $\sphericalangle ABE$ au o latură comună.
c) $\sphericalangle BDA$ este construit în interiorul $\sphericalangle CAD$.
d) $\sphericalangle ACE$ este construit în interiorul $\sphericalangle BCD$.
e) $\sphericalangle BEC$ poate fi notat mai simplu ca $\sphericalangle E$.
f) $\sphericalangle BCD$ are construit în interiorul său $\sphericalangle CAD$.

4. Construiește trei drepte a, b și c, concurente în punctul O. Pe fiecare dintre cele trei drepte, de o parte și de alta față de punctul O, fixează câte două puncte, notate cu A și B pe dreapta a, C și D pe dreapta b, respectiv, E și F pe dreapta c.
a) Enumeră 4 unghiuri care să aibă vârful în O și punctul A pe una dintre laturi.
b) Care este unghiul cu vârful în O, punctele C și F pe laturi și semidreapta $(OA$ în interior?
c) Care este unghiul cu vârful în O, punctele B și E pe laturi și semidreapta $(OA$ în exterior?

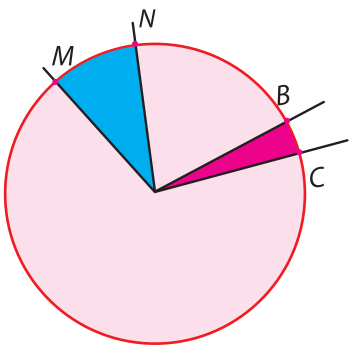
5. Măsura unui unghi. Unghiuri congruente. Clasificarea unghiurilor

Observ. Descopăr. Înțeleg

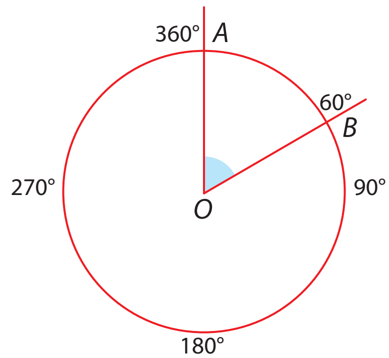
În figura alăturată sunt reprezentate două unghiuri: $\sphericalangle BAC$ și $\sphericalangle MON$, pe care vrem să le comparăm.



Observă că rigla nu este „potrivită” pentru a putea compara cele două unghiuri. Încă din Antichitate, oamenii au încercat să găsească modalitatea prin care să putem compara unghiuri, așa cum putem compara segmente cu ajutorul lungimii lor. Putem face acest lucru, suprapunând cele două unghiuri. Observăm că $\sphericalangle BAC$ este „înghițit” de $\sphericalangle MON$, ceea ce înseamnă că $\sphericalangle BAC$ este mai mic decât $\sphericalangle MON$.



O altă modalitate de a le compara este de a „așeza” unghiurile pe care dorim să le comparăm cu vârful în centrul unui cerc și să comparăm „deschiderea” pe care o au cele două unghiuri. Astfel, putem observa cu ușurință că porțiunea cercului cuprinsă între punctele B și C este mai mică decât cea cuprinsă între punctele M și N, așadar putem spune că $\sphericalangle MON$ este mai mare decât $\sphericalangle BOC$.



Acum 4 000 de ani, babilonienii au găsit și modalitatea prin care au putut asocia fiecărui unghi un număr care reprezintă măsura sa. Astfel, ei au împărțit cercul în 360 de părți egale, numite *grade*. Așezând un unghi cu vârful în centrul cercului, putem număra câte grade sunt cuprinse între laturile sale. Vom spune că $\sphericalangle AOB$ are măsura de 60 de grade și vom scrie $\sphericalangle AOB = 60°$.

Rețin

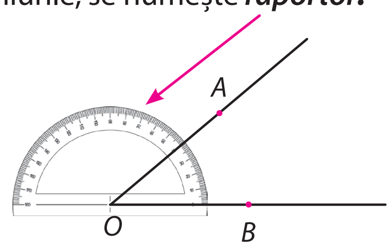
Unghiurile se pot măsura. Unitatea de măsură este ***gradul***, a 360-a parte dintr-un cerc. Gradele se notează cu simbolul „°”.

Două unghiuri care au aceeași măsură se numesc ***unghiuri congruente***.

Instrumentul cel mai folosit, cu ajutorul căruia putem măsura unghiurile, se numește ***raportor.***

Pentru a măsura un unghi dat, procedăm ca în imaginile alăturate:

Pentru a construi un unghi congruent cu un unghi $\sphericalangle AOB$ dat, vom proceda ca în imaginile alăturate.

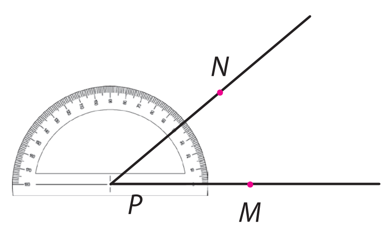


1. Folosind raportorul, stabilim măsura unghiului $\sphericalangle AOB$.
Obținem că $\sphericalangle AOB = 40°$.

2. În funcție de cerința problemei în care folosim unghiuri congruente, trasăm cu rigla o semidreaptă $(PM$.

3. Folosim din nou raportorul și construim un punct N la gradația 40° aflată pe raportor.

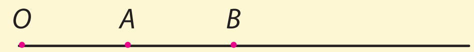
4. Trasăm semidreapta cu originea în P și care conține punctul N. Astfel am obținut $\sphericalangle AOB = \sphericalangle MPN$.



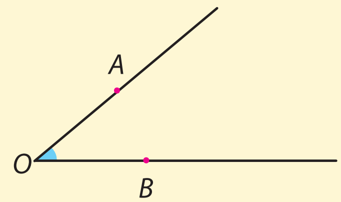
Rețin

După măsura lor, unghiurile se clasifică în:

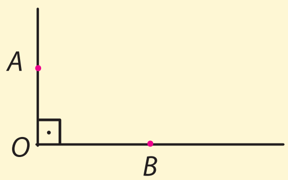
1. ***Unghiuri nule*** – cele două semidrepte care reprezintă laturile unghiului sunt suprapuse; au măsura de 0°.
$\sphericalangle AOB = 0°$



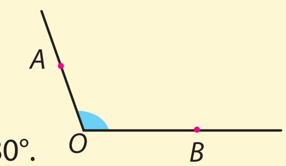
2. ***Unghiuri ascuțite*** – au măsura cuprinsă între 0° și 90°.



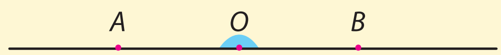
3. ***Unghiuri drepte*** – au măsura de 90°.
$\sphericalangle AOB = 90°$



4. ***Unghiuri obtuze*** – au măsura cuprinsă între 90° și 180°.

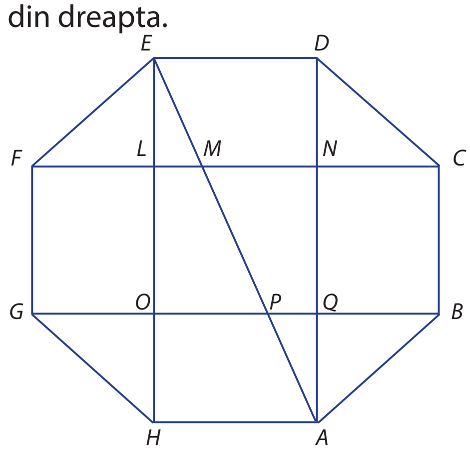


5. ***Unghiuri alungite*** – cele două semidrepte care reprezintă laturile unghiului sunt una în prelungirea celeilalte; au măsura de 180°.
$\sphericalangle AOB = 180°$



Lucrez

1. Observă construcția următoare. Asociază corect elementele din coloana din stânga cu elementele corespunzătoare aflate în coloana din dreapta.



$\sphericalangle GHA$, $\sphericalangle MPQ$	Unghiuri nule
$\sphericalangle FLM$, $\sphericalangle MPA$	Unghiuri ascuțite
$\sphericalangle PAQ$, $\sphericalangle OGH$	Unghiuri drepte
$\sphericalangle MLN$, $\sphericalangle PMA$	Unghiuri obtuze
$\sphericalangle LOP$, $\sphericalangle EDA$	Unghiuri alungite

2. Folosind aceeași construcție, dă câte două exemple de: unghiuri nule, unghiuri ascuțite, unghiuri drepte, unghiuri obtuze, respectiv, unghiuri alungite, altele decât cele precizate în exercițiul anterior.

3. Folosind raportorul, construiește și notează corespunzător figura geometrică realizată:
a) un unghi de măsură 30°;
b) un unghi de măsură 120°;
c) un unghi de măsură 90°;
d) un unghi de măsură 180°.

4. Construiește două unghiuri congruente, de măsură 60°.

5. Construiește două unghiuri obtuze congruente. Folosind raportorul, precizează măsura acestor unghiuri.

6. Realizează o configurație geometrică ce trebuie să respecte următoarele cerințe:
– $\sphericalangle AOB$ este unghi alungit;
– semidreapta (*OC* formează cu semidreapta (*OA* un unghi de măsură 30°;
– semidreapta (*OD* este în exteriorul $\sphericalangle BOC$, astfel încât $\sphericalangle BOD = 120°$.

Studiază configurația realizată și răspunde la următoarele cerințe.
a) Află măsura unghiurilor $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle AOD$ și $\sphericalangle DOC$.
b) Dacă semidreapta (*OM* este construită în semiplanul care conține punctul *C*, astfel încât $\sphericalangle COM = 60°$, precizează care este măsura unghiurilor $\sphericalangle AOM$ și $\sphericalangle BOM$.

6. Calcule cu măsuri de unghiuri

Observ. Descopăr. Înțeleg

În imaginea alăturată putem vedea una dintre cele mai moderne săli de operații din România. Această sală este dotată cu un aparat laser foarte performant, care îi ajută pe medici să efectueze cu succes intervenții chirurgicale extrem de dificile. Evident că un astfel de aparat trebuie să fie foarte precis poziționat în incinta sălii de operații. O cât de mică eroare poate să scadă foarte mult precizia laserului, ceea ce ar duce la imposibilitatea efectuării anumitor intervenții medicale. În afara măsurătorilor unor lungimi, este necesar a fi măsurate cu foarte multă precizie și unghiurile care permit corecta instalare a acestui laser. În acest caz, măsurarea unghiurilor în grade nu este foarte precisă. Este nevoie să se folosească o unitate de măsură „mai fină".

Rețin

Unitatea de măsură a unghiurilor care reprezină a 60-a parte dintr-un grad se numește ***minut***.
Minutele se notează folosind simbolul „ ***'*** ".
Avem relația $1° = 60'$ și citim „un grad are 60 de minute".

Astfel, măsurile unghiurilor pot fi exprimate în grade și minute.

Exemplu: măsura unui unghi este de $45°\ 10'$ și citim „45 de grade și 10 minute", având relația $45°\ 10' = 45° + 10'$.

Observație!

Simbolul „+" din relația anterioară nu are semnificația adunării numerelor naturale. Altfel spus, nu putem face suma 45 + 10, întrucât fiecare reprezintă altceva (unul reprezintă grade, altul reprezintă minute).

Folosind relația anterioară putem transforma măsura unui unghi exprimată în grade în măsura aceluiași unghi, dar exprimată în grade și minute.

Exemplu: $45° = 44° + 1° = 44° + 60'$. Așadar, putem spune că unghiul are măsura de $45°$ sau are măsura de $44°\ 60'$.

Parcurgând calea inversă, dacă un unghi are măsura exprimată în grade și minute, iar numărul minutelor este multiplu de 60, putem transforma măsura pentru a fi exprimată doar în grade.

Exemplu: $45°180' = 45° + 180' = 45° + 3 \cdot 60' = 45° + 3 \cdot 1° = 45° + 3° = 48°$. Așadar, putem spune că unghiul are măsura de $45°180'$ sau are măsura de $48°$.

Observație!

În diferite domenii, în care se lucrează cu unghiuri, se folosesc și alte tipuri de definire a unității de măsură pentru acestea. De exemplu, în topografie, un grad topografic reprezintă a 400-a parte dintr-un cerc. Din acest motiv, pentru a nu se face confuzie cu alte tipuri, gradele și minutele folosite în geometrie se mai numesc și *sexagesimale*, pentru că un grad are 60 de minute – „sexa" vine din limba latină și înseamnă „șase".

Pentru ușurința exprimării, vom folosi numai sintagma „grade și minute", fără a mai preciza de fiecare dată că este vorba despre „grade și minute sexagesimale".

1. Adunarea

a) Măsurile unghiurilor sunt exprimate în grade

Se face adunarea celor două numere naturale care reprezintă măsurile celor două unghiuri.

Exemple

A Se consideră două unghiuri de măsură 37° și, respectiv, 79°. Atunci, suma măsurilor este: $37° + 79° = 116°$

B $125° + 32° = 157°$

b) Măsurile unghiurilor sunt exprimate în grade și minute

Se face adunarea valorilor care reprezintă minutele și adunarea valorilor care reprezintă gradele.

Exemple

A $25°\,34' + 32°\,17' = (25° + 34') + (32° + 17') = (25° + 32°) + (34' + 17') = 57° + 51' = 57°51'$

B $143°\,24' + 19°\,35' = (143° + 24') + (19° + 35') = (143° + 19°) + (24' + 35') = 162° + 59' = 162°59'$

$$\begin{array}{r} 25°\,34' + \\ 32°\,17' \\ \hline 57°\,51' \end{array} \qquad \begin{array}{r} 143°\,24' + \\ 19°\,35' \\ \hline 162°\,59' \end{array}$$

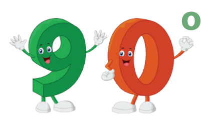
Dacă suma minutelor depășește valoarea de 60′, vom rescrie ca o sumă de doi termeni în care unul este 60′. Acest termen al sumei îl vom transforma într-un grad. Apoi, acest grad suplimentar îl vom adăuga la suma gradelor obținută anterior.

Exemple

A $56°\,54' + 33°\,25' = (56° + 54') + (33° + 25') = (56° + 33°) + (54' + 25') = 89° + 79' = 89° + (60' + 19') = 89° + 1° + 19' = 90° + 19' = 90°\,19'$

B $105°\,39' + 43°\,41' = (105° + 39') + (43° + 41') = (105° + 43°) + (39' + 41') = 148° + 80' = 148° + (60' + 20') = 148° + 1° + 20' = 149° + 20' = 149°\,20'$

$$\begin{array}{rl} 56°\,54' + & \\ 33°\,25' & 60' = 1° \\ \hline 89°\,79' & \\ + & 19' \\ \hline = 90°\,19' & \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 105°\,39' + & \\ 43°\,41' & 60' = 1° \\ \hline 148°\,80' & \\ + & 20' \\ \hline = 149°\,20' & \end{array}$$



2. Scăderea

a) Măsurile unghiurilor sunt exprimate în grade

Se face scăderea celor două numere naturale care reprezintă măsurile celor două unghiuri.

Exemple

A Se consideră două unghiuri de măsură 87^0 și, respectiv, 28^0. Atunci, diferența măsurilor este: $87° - 28° = 59°$.

B $125° - 72° = 53°$.

b) Măsurile unghiurilor sunt exprimate în grade și minute

Se face scăderea valorilor care reprezintă minutele și scăderea valorilor care reprezintă gradele.

A $95°\,34' - 32°\,27' = (95° + 34') - (32° + 27') = (95° - 32°) + (34' - 27') = = 63° + 7' = 63°\,7'$

B $43°\,54' - 19°\,35' = (43° + 54') - (19° + 35') = (43° - 19°) + (54' - 35') = = 24° + 19' = 24°\,19'$

C $76°\,24' - 23°\,45' = (76° + 24') - (23° + 45') = (75° + 1° + 24') - (23° + 45') = (75° + 84') - (23° + 45') = (75° - 23°) + (84' - 45') = 52° + 39' = 52°\,39'$

D $105°\,39' - 43°\,41' = (105° + 39') - (43° + 41') = (104° + 99') - (43° + 41') = (104° - 43°) + (99' - 41') = 61° + 58' = 61°\,58'$

$$\begin{array}{rl} 60'(1°) & \\ 76°\,24' - & \\ 23°\,45' & 24 < 25 \\ \hline 75°\,84' & \\ 23°\,45' & \\ \hline 52°\,39' & \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 60'(1°) & \\ 105°\,39' - & \\ 43°\,41' & 39 < 41 \\ \hline 104°\,99' & \\ 43°\,41' & \\ \hline 61°\,58' & \end{array}$$

3. Înmulțirea măsurii unui unghi cu un număr natural

Se înmulțește atât valoarea care reprezintă numărul de minute, cât și valoarea care reprezintă numărul de grade cu acel număr. Dacă numărul minutelor obținut după înmulțire este mai mare decât 60′, vom transforma în grade.

Exemple

A Care este dublul măsurii de 27° 19′?

$2 \cdot (27^\circ\, 19') = 2 \cdot (27^\circ + 19') = (2 \cdot 27^\circ) + (2 \cdot 19') = 54^\circ + 38' = 54^\circ\, 38'$

$$\begin{array}{r} 27^\circ\, 19' \cdot \\ 2 \\ \hline 54^\circ\, 38' \end{array}$$

B Care este măsura unghiului de trei ori mai mare decât un unghi de măsură 34° 37′?

$3 \cdot (34^\circ\, 37') = 3 \cdot (34^\circ + 37') = (3 \cdot 34^\circ) + (3 \cdot 37') = 102^\circ + 111' =$
$= 102^\circ + 60' + 51' = 102^\circ + 1^\circ + 51' = 103^\circ + 51' = 103^\circ\, 51'$

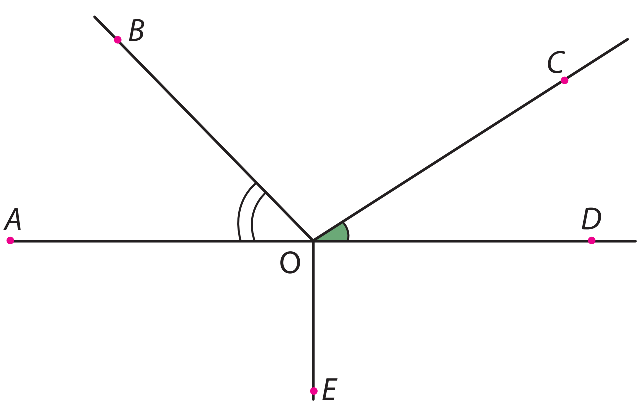
$$\begin{array}{r} 34^\circ\, 37' \cdot \\ 3 \\ \hline 102^\circ\, 111' \\ + \\ \hline = 103^\circ\, 51' \end{array} \qquad 60' = 1^\circ \qquad 51'$$

Lucrez

1. Folosind simbolurile „°” pentru grad și „′” pentru minut, scrie următoarele măsuri de unghiuri:
a) 120 de grade și 14 minute;
b) 4 grade și 3 minute.

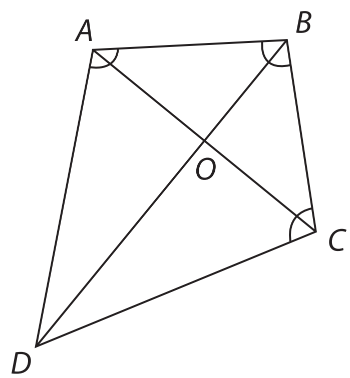
2. Transformă:
a) 12°, în minute;
b) 85′, în grade și minute;
c) 180′, în grade.

3. În configurația geometrică următoare se cunoaște că:
$\sphericalangle BOA = 55^\circ\, 43'$, $\sphericalangle DOC = 34^\circ\, 17'$
și $\sphericalangle BOE = 145^\circ\, 43'$.



Precizează măsurile următoarelor unghiuri:
a) $\sphericalangle BOC$; b) $\sphericalangle EOC$;
c) $\sphericalangle AOE$; d) $\sphericalangle BOD$.

4. În matematică, numim „zmeu” (traducerea din engleză a cuvântului *kite*) figura geometrică cu patru laturi care are următoarele proprietăți:



– Are două perechi de laturi congruente.
$AB \equiv BC$ și $AD \equiv DC$.
– Are două unghiuri opuse congruente.
$BAD \equiv \sphericalangle BCD$.
– Diagonalele formează unghiuri drepte.
$\sphericalangle AOD = \sphericalangle DOC = \sphericalangle COB = \sphericalangle BOA = 90^\circ$

Desenează un „zmeu” $ABCD$ în care $AB = BC = 4$ cm și $AD = CD = 7$ cm. Știind că suma măsurilor celor patru unghiuri este de 360°, $\sphericalangle BAD = 101^\circ\, 43'$, $\sphericalangle ABC = 104^\circ\, 34'$, calculează măsura unghiului $\sphericalangle ADC$.

7. Figuri congruente. Axa de simetrie

Observ. Descopăr. Înțeleg

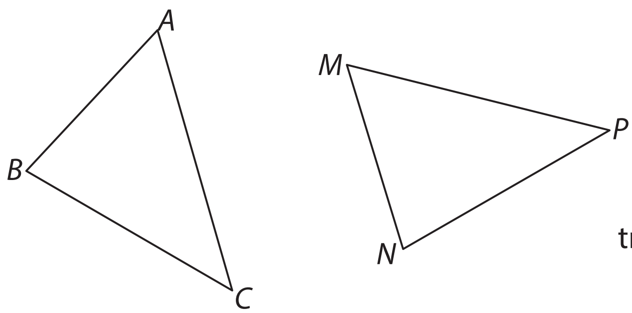
În imaginile alăturate avem bancnotele pe care Banca Națională a României le-a pus în circulație începând cu 1 iulie 2005.

Observă că nu doar valoarea acestor bancnote este diferită, ci și dimensiunea lor. Cu cât valoarea este mai mare, cu atât și dimensiunile cresc.

Astfel, chiar în situația puțin probabilă ca o persoană să nu cunoască cifrele arabe, ceea ce înseamnă că nu poate cunoaște valoarea unei bancnote, culoarea diferită, dar mai ales dimensiunile o pot face pe acea persoană să nu încurce banii. Punând bancnotele unele peste altele, când acestea se vor suprapune perfect, va ști că au aceeași valoare. Având formă dreptunghiulară, putem spune că bancnotele au aceeași valoare când dreptunghiurile suprapuse coincid perfect. În acest caz, putem spune că cele două dreptunghiuri sunt ***congruente***.

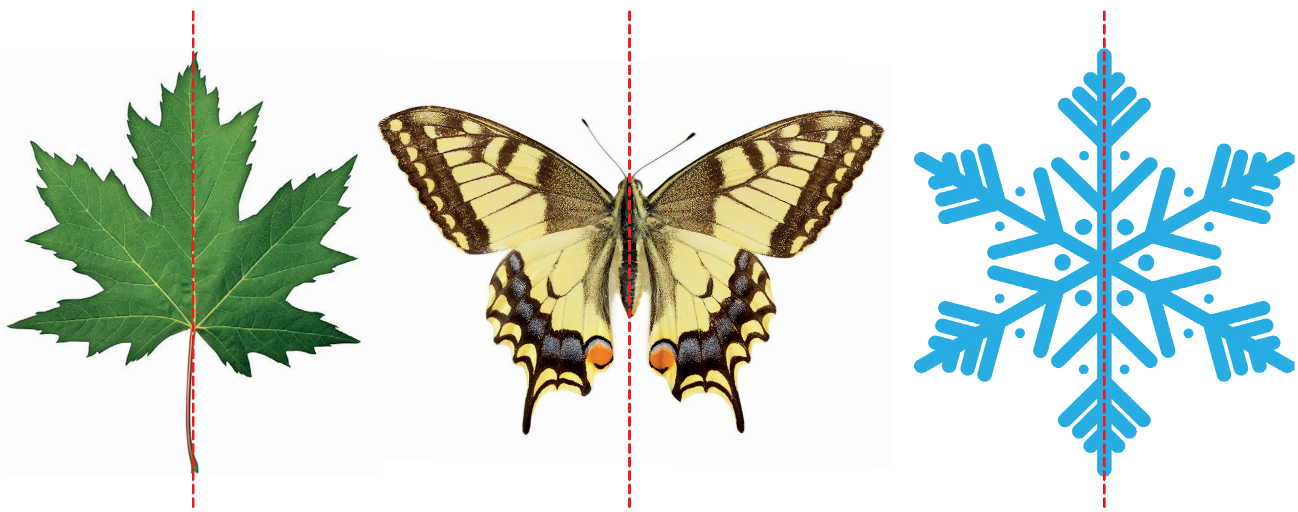
Rețin

Două sau mai multe figuri geometrice sunt ***congruente*** dacă prin suprapunerea lor coincid perfect.



Spunem că triunghiul *ABC* este congruent cu triunghiul *MNP*.

Scriem $\Delta ABC \equiv \Delta MNP$.



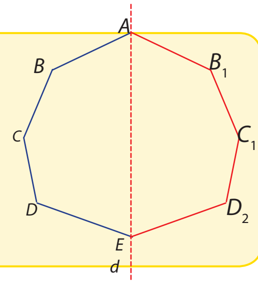
Natura ne oferă de multe ori exemple de figuri congruente. În imaginile alăturate, frunza, fluturele sau fulgul de zăpadă au aceeași particularitate. Dacă „îndoim” figurile după dreapta trasată, observăm că cele două părți suprapuse coincid perfect. Așadar, obținem două figuri congruente.

Această proprietate este adevărată și în matematică, în cazul figurilor geometrice.

Rețin

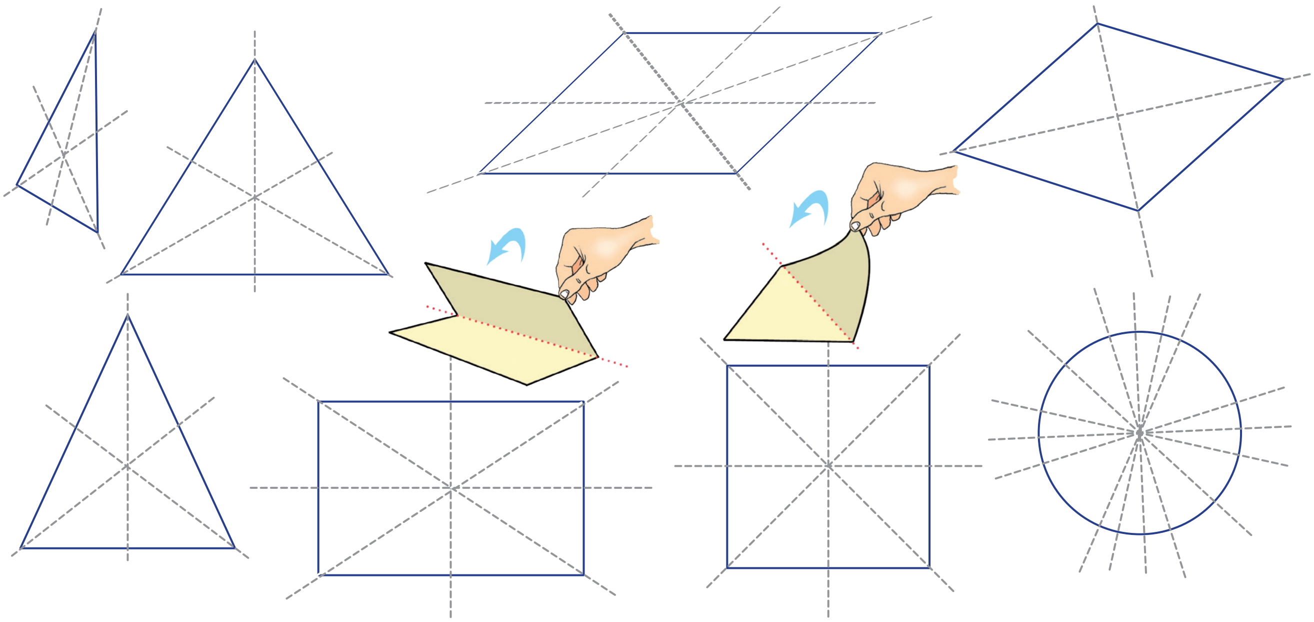
Dacă o figură geometrică se poate plia după o dreaptă astfel încât cele două părți să se suprapună perfect, atunci dreapta după care s-a făcut plierea este ***axa de simetrie*** a figurii respective.

Spunem că cele două figuri congruente sunt *simetrice* față de dreapta care este axă de simetrie.



Construiește!

1. Construiește pe o foaie de hârtie următoarele figuri geometrice: triunghi oarecare, triunghi cu două laturi congruente, triunghi cu toate laturile congruente, paralelogram, dreptunghi, romb, pătrat și cerc.



2. Decupează figurile construite și verifică dacă există posibilitatea ca, prin pliere, cele două părți să se suprapună perfect. Trasează dreapta după care s-a făcut plierea.

3. Studiază dacă o figură admite mai multe asemenea drepte.

Rețin

Rombul are două axe de simetrie. Dreptunghiul are două axe se simetrie. Pătratul are patru axe de simetrie. Orice dreaptă care trece prin centrul unui cerc este axă de simetrie pentru acesta.

Aplic

Cum construiești un triunghi cu toate laturile congruente?

Triunghiul cu toate laturile congruente (triunghi echilateral) poate fi construit ușor cu rigla și compasul, urmărind indicațiile de mai jos.

Pasul 1. Construiește un segment *AB*;

Pasul 2. Așază compasul cu vârful în punctul *A* și deschiderea egală cu lungimea segmentului *AB*;

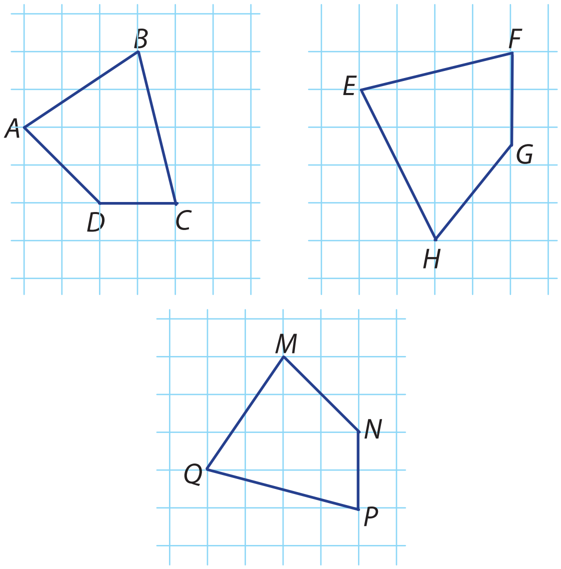
Pasul 3. Trasează un arc mic de cerc deasupra segmentului *AB*;

Pasul 4. Repetă construcția așezând compasul cu vârful în punctul *B*;

Pasul 5. Punctul de intersecție dintre cele două arce de cerc, împreună cu punctele *A* și *B* determină un triunghi cu toate laturile congruente.

Lucrez

1. a) Construiește pe caiet configurația geometrică de mai jos, decupează cele trei figuri geometrice și stabilește prin suprapunere care sunt figurile congruente.



b) Folosind rigla, măsoară următoarele perechi de segmente de dreaptă: *AB* și *MQ*, *BC* și *PQ*, *CD* și *PN*, *AD* și *MN*. Scrie relația pe care ai găsit-o între segmentele măsurate.

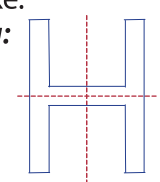
c) Folosind raportorul, măsoară următoarele perechi de unghiuri: $\sphericalangle BDA$ și $\sphericalangle QMN$, $\sphericalangle ABC$ și $\sphericalangle PQM$, $\sphericalangle BCD$ și $\sphericalangle QPN$, $\sphericalangle ADC$ și $\sphericalangle MNP$. Scrie relația pe care ai găsit-o între unghiurile măsurate. Ce legătură observi între rezultatele obținute la punctul a) și rezultatele obținute la punctele b) și c)?

Dacă două figuri geometrice se suprapun perfect (sunt congruente), atunci există în cele două figuri perechi de segmente și perechi de unghiuri congruente.

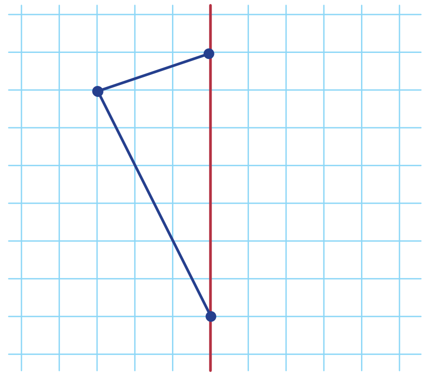
2. Construiește un triunghi echilateral cu latura de lungime 6 cm și trasează axele de simetrie.

3. Scrie literele mari ale alfabetului și studiază câte dintre acestea au axe de simetrie. Trasează aceste axe.

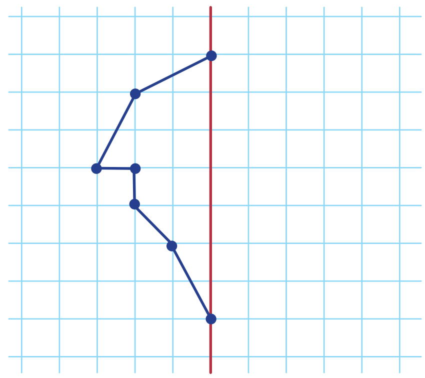
Exemplu:



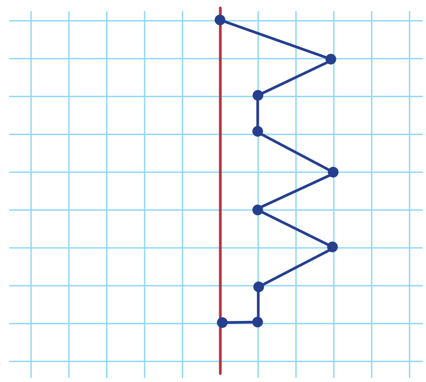
4. Construiește simetricele figurilor următoare:



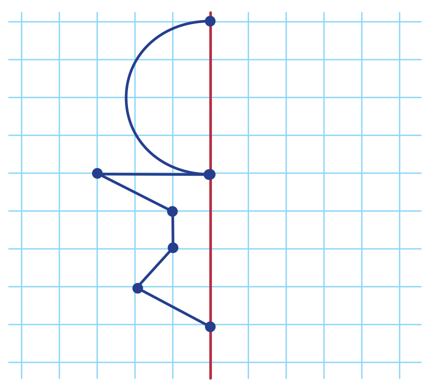
a)



b)



c)



d)

VII Recapitulare

1. *Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:*

- Punctul, ..., planul sunt figurile geometrice fundamentale ale geometriei.
- Semiplanul reprezintă toate punctele din plan aflate de .... față de o dreaptă dată.
- Dreapta care separă planul în două regiuni se numește .... semiplanului.
- Trei sau mai multe puncte care sunt situate pe .... se numesc puncte coliniare.
- Două drepte spunem că sunt concurente dacă au .... punct comun.
- Se consideră segmentul de dreaptă *AB*. Vom numi .... segmentului *AB* distanța dintre cele două puncte care reprezintă capetele (extremitățile) segmentului.
- Două segmente de dreaptă care au aceeași lungime se numesc segmente de dreaptă ....
- Punctul situat în interiorul unui segment și care este egal depărtat de capetele acestuia se numește .... segmentului.
- Figura geometrică formată din două semidrepte *(OA* și *(OB* care au aceeași origine se numește ....
- Cele două semidrepte *(OA* și *(OB* se numesc .... unghiului, iar punctul *O*, ... a celor două semidrepte, se numește vârful unghiului.
- Unitatea de măsură a unghiurilor care reprezintă a .... parte dintr-un grad se numește minut.
- Două sau mai multe figuri geometrice sunt congruente dacă prin .... lor coincid perfect.

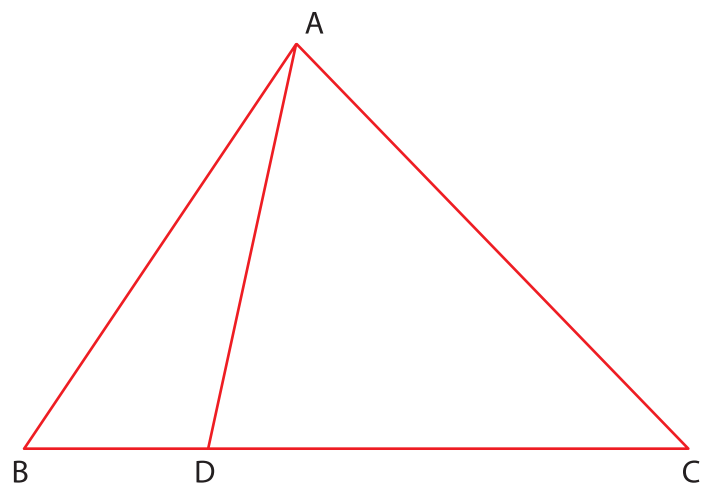
2. *Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții (A-adevărat, F-fals):*

- Se consideră o dreaptă *d* și *O* un punct situat pe această dreaptă. Punctele dreptei aflate de aceeași parte față de punctul *O* reprezintă o semidreaptă cu originea în *O*.
- Se consideră o dreaptă *d* și două puncte, *A* și *B*, situate pe această dreaptă. Toate punctele dreptei reprezintă un segment de dreaptă, ale cărui extremități sunt cele două puncte.
- Două sau mai multe drepte care, oricât ar fi „prelungite", nu se întâlnesc niciodată se numesc drepte paralele.
- Se consideră punctele *A* și *O*. Se numește simetricul punctului *A* față de punctul *O* punctul *B* situat pe dreapta *AO*, astfel încât *A* este mijlocul segmentului *OB*.
- Mulțimea punctelor *M* cu proprietatea că *M* și *A* se află de aceeași parte față de semidreapta *(OB*, iar M și B se află de aceeași parte față de semidreapta *(OA* se numește interiorul unghiului $\sphericalangle AOB$.
- Unghiuri ascuțite au măsura mai mare de 90°.
- Unghiurile alungite au cele două laturi suprapuse.

3. *Efectuează operațiile indicate cu măsurile următoarelor unghiuri:*

- 39°18′ + 11°28′
- 124°18′ – 42°39′
- 12°19′ + 2°51′
- 104°18′ – 14°18′
- 124°18′ + 55°42′
- 4°23′ + 92°19′
- 54° + 32°59′
- 87°31′ – 22°

4. *Identifică toate cele opt unghiuri nenule din următoarea configurație geometrică:*



Evaluare

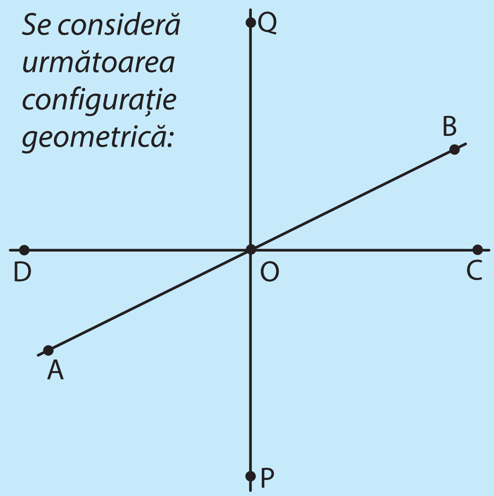
START

1. Construiește un segment AB de lungime 6 cm și determină punctul O, mijlocul acestui segment.

2. Construiește dreapta CD, astfel încât punctele D, O și C să fie coliniare, $\sphericalangle DOA$ să fie unghi ascuțit și $\sphericalangle BOD$ să fie unghi obtuz.

3. Construiește segmentul PQ, astfel încât Q să fie simetricul lui P față de O, $\sphericalangle DOP$ să fie unghi drept și $OP = 3$ cm.

Se consideră următoarea configurație geometrică:



4. Verifică dacă această configurație respectă cerințele de la punctele 1, 2 și 3.

5. Care este măsura unghiului $\sphericalangle DOP$?

6. Calculează suma măsurilor unghiurilor $\sphericalangle DOQ$ și $\sphericalangle COP$.

7. Calculează suma măsurilor unghiurilor $\sphericalangle DOA$, $\sphericalangle AOP$ și $\sphericalangle POC$.

8. Dacă $\sphericalangle DOA = 37°28'$, calculează măsura unghiului $\sphericalangle AOP$.

9. Dacă triunghiul BOQ are toate laturile și unghiurile congruente, de măsură 60°, arată că $\sphericalangle BOC = 30°$.

10. Dacă OD și OC sunt segmente congruente, de lungime 3 cm, câte axe de simetrie are figura geometrică $DPCQ$?

STOP

Numărul exercițiului	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	oficiu
Punctaj	10 p	5 p	5 p	5 p	5 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	20 p

Unitatea VIII

Unități de măsură

Pe parcursul acestei unități vei exersa:

- Identificarea noţiunilor geometrice elementare și a unităţilor de măsură în diferite contexte
- Determinarea perimetrelor, a ariilor (pătrat, dreptunghi) și a volumelor (cub, paralelipiped dreptunghic) și exprimarea acestora în unităţi de măsură corespunzătoare
- Transpunerea în limbaj specific a unor probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităţilor de măsură
- Interpretarea unei configuraţii geometrice în sensul recunoașterii elementelor ei și al relaţionării cu unităţile de măsură studiate
- Analizarea unor probleme practice care includ elementele de geometrie studiate, cu referire la unităţile de măsură studiate și la interpretarea rezultatelor

Matematica de lângă noi

Proiect — Tema 8 Matematica și informatica

Ce vei face?

În acest proiect vei descoperi parametrii caracteristici unui calculator, vei face cunoştinţă cu unităţile de măsură folosite. Pentru realizarea proiectului ai nevoie de o coală de hârtie pe care vei scrie răspunsurile la următoarele probleme:

PROBLEMA 1: Determină primele 11 puteri ale lui 2. Folosind faptul că $2^n = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{n \text{ factori}}$, realizează un tabel precum cel de mai jos și completează-l corespunzător.

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	...	2^{10}
1	2	4			...	?

PROBLEMA 2: Descoperă puterile lui 2 completând tabelul cu ajutorul termenilor șirului de numere naturale $a_n = a_{n-1} + a_{n-1}$ cu $n \geq 1$ și $a_0 = 1$

poziția	0	1	2	3	...	10
a_n	1	2	4		...	

INDICAȚIE: $a_1 = a_{1-1} + a_{1-1} = a_0 + a_0 = 1 + 1 = 2$
$a_n = a_{2-1} + a_{2-1} = a_1 + a_1 = 2 + 2 = 4$

PROBLEMA 3: 0 și 1 le vom numi cifre binare. Un bit este imaginat ca o căsuță goală, în care putem introduce una din cifrele binare, iar secvențele de biți formează numerele binare.

– Scrie numerele consecutive de la 0 la 10 cu ajutorul cifrelor binare (prin împărțiri succesive la 2).
– Transformă numerele binare 1101; 111; 101011 în numere zecimale.

PROBLEMA 4: Calculatorul are rolul de a prelucra și modela informația primită. **Informația** reprezintă un mesaj obiectiv care precizează starea unui eveniment.

Informația este codificată cu ajutorul sistemului de numerație binar, sub formă de biți. Aceștia sunt modelați cu ajutorul impulsurilor electronice care au aceeași frecvență și care pot avea două stări:

– Activă (întrerupător închis) - echivalentă cu **cifra binară 1**
– Pasivă (întrerupător deschis) - echivalentă cu **cifra binară 0**

Biții grupați câte 8 formează un byte sau octet.

1 OCTET = 1 BYTE = 8 biți

MULTIPLII OCTETULUI (completează spațiile libere cu valorile corespunzătoare)

1 kilobyte (KB) = 2^{10} bytes (b)
1 megabyte (MB) = 2^{10} KB = ... b
1 gigabyte (GB) = 2^{10} MB = ... b
1 terrabyte(TB) = 2^{10} GB = ... b
1 petabyte (PB) = 2^{10} TB = ... b
1 exabyte (EB) = 2^{10} PB = ... b

Hm... oare la ce folosește asta?

Măsurătorile oferă o structurare a lumii înconjurătoare și înlătură haosul care s-ar crea dacă nu ar exista o metodă unitară de a înțelege lungimea, volumul, temperatura etc.

Situații din viața de zi cu zi în care folosești unități de măsură

- **Achiziționarea hainelor.** Pentru a te îmbrăca potrivit este nevoie de măsuri exacte, care sunt un tip de măsurătoare.
- **Sport.** Dacă vrei să arunci mingea de baschet exact la coș, atunci trebuie să ai un simț foarte dezvoltat al distanțelor.
- **Treburi gospodărești.** Câte haine pot intra într-un dulap fără a le înghesui? Dacă nu ai un concept clar al capacității, te poți trezi încercând că torni jumătate de litru de suc de portocale într-o ceașcă!
- **Transport.** Ce cantitate de carburant este necesară pentru a ne deplasa cu o mașină dintr-un loc în altul? Ce distanță este între două localități? Fiecare răspuns necesită cunoștințe despre unități de măsură.

Descrie și tu o situație din viața reală în care ai folosit recent unități de măsură.

VIII

1. Unități de măsură pentru lungime

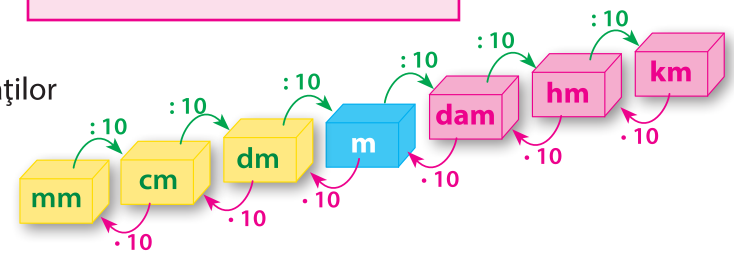
Observ. Descopăr. Înțeleg

Care este unitatea de măsură potrivită pentru a exprima lungimea sălii de clasă? Dar a lungimii unui creion? Pentru exprimarea adecvată a diverselor lungimi folosim unitatea principală de măsură pentru lungimi, metrul, dar și *multiplii* și *submultiplii* acestuia.

Submultiplii metrului	
– decimetrul	1 dm = 0,1 m
– centimetrul	1 cm = 0,01 m
– milimetrul	1 mm = 0,001 m

Multiplii metrului	
– decametrul	1 dam = 10 m
– hectometrul	1 hm = 100 m
– kilometrul	1 km = 1000 m

Schema de transformare a unităţilor de măsură pentru lungime:

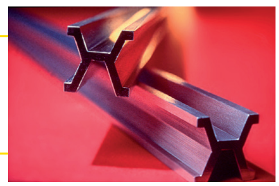


Exemple de transformări

1) 32,7 km = 32,7 · 10 hm = 32,7 · 100 dam = 32,7 · 1 000 m
2) 2 345 cm = 2 345 : 10 dm = 2 345 : 100 m = 2 345 : 1 000 dam = 2 345 : 10 000 hm
3) 35 687 m = 35 687 : 1 000 km = 35,687 km

Istoric

În anul 1875, la Paris, „Convenţia metrului" a stabilit că unitatea de măsură pentru lungime este metrul, notat „m". Metrul etalon este o bară de platină și iridium și se păstrează la Sèvres (Franţa).



Lucrez

1. Exprimă următoarele lungimi după exemplul dat.
125,48 m = 1 hm + 2 dam + 5 m + 4 dm + 8 cm
a) 37,852 m b) 7,305 km
c) 0,921 hm d) 2,60 dm

2. Completează.
a) 5 km = … dam b) 7 dam = … dm
c) 32 dm = … cm d) 65 hm = … dm
e) 23 dam = … km f) 84 m = … dam
g) 45 m = … mm h) 15 cm = … mm

3. Exprimă în metri:
a) 32 dam b) 3 200 cm
c) 32 000 mm d) 26 dm

4. Calculează și exprimă rezultatul obținut în centimetri:
a) 700 mm + 0,3 m + 2,5 dm
b) 0,023 hm + 0,97 m + 1,25 dam
c) 0,4 dm + 8,25 m – 0,72 dam + 120 mm
d) 7,25 hm + 43 dam – 523 m + 0,3 dm

5. Asociază lungimile egale.
1,7 cm **308 cm** **17 mm**
2 675 mm **70 mm**
3,08 m **2,675 m** **0,7 dm**

6. Calculează și exprimă rezultatul obținut în decametri.
a) 0,02 km + 0,3 hm + 250 m
b) 1,02 hm + 9,7 km + 1 200 dm
c) 4 000 cm + 6,25 hm – 1,2 m + 12 dm
d) 8,2 hm + 43 m – 523 dm + 45 dam

7. Pentru ambalarea a 13 cadouri identice s-au folosit 9,1 m de panglică.
Câţi metri s-au folosit pentru un cadou?

8. O croitoreasă a cumpărat un cupon de mătase de 80 m, din care a confecționat eșarfe și papioane. Pentru eșarfe a consumat 3 cincimi din cupon, iar pentru papioane, 3 optimi din rest.
Ce lungime are mătasea rămasă?

2. Perimetrul unui poligon

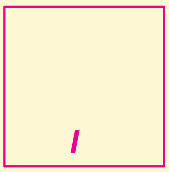
Observ. Descopăr. Înțeleg

Maria, Alin și Emilia merg în parc să se plimbe cu bicicleta. Află lungimea parcursă cu bicicleta, dacă parcul are forma:

a) unui pătrat, cu lungimea unei laturi de 100 m;
b) unui dreptunghi, cu lungimea de 120 m și lățimea de 80 m;
c) unui triunghi, cu lungimile laturilor de 80 m, 100 m și 120 m.

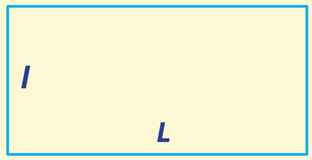
Rețin

Se numește ***perimetrul*** unui poligon suma lungimilor tuturor laturilor acelei figuri. Perimetrul unei figuri se notează cu P.



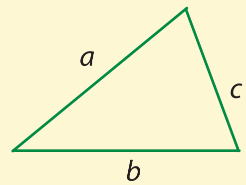
Perimetrul unui pătrat cu lungimea laturilor egală cu *l* este

$$P_{\square} = 4 \cdot l$$



Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea laturilor egală cu *L* (pentru lungime) și *l* (pentru lăţime) este

$$P_{\square} = 2 \cdot L + 2 \cdot l = 2 \cdot (L + l)$$



Dacă lungimile laturilor unui triunghi sunt *a*, *b*, *c*, atunci perimetrul său este

$$P_{\triangle} = a + b + c$$

a) $P = 4 \cdot 100\ m = 400\ m$; b) $P = 2 \cdot (120\ m + 80\ m) = 2 \cdot 200\ m$; c) $P = 80\ m + 100\ m + 120\ m = 300\ m$.

Lucrez

1. Calculează perimetrul:
a) unui pătrat cu lungimea laturii de 25 cm;
b) unui dreptunghi cu lungimea de 36 cm și lăţimea 3 pătrimi din lungime;
c) unui triunghi cu lungimile laturilor de 9 cm; 120 mm; 15 cm;
d) unui triunghi cu lungimea fiecărei laturi de 56 mm.

2. O livadă de formă dreptunghiulară este împrejmuită de un gard. Dacă dimensiunile sale sunt 3,5 dam și 2,5 dam, află lungimea gardului, știind că poarta de acces are lățimea de 3 m.

3. Află perimetrul unui dreptunghi dacă lăţimea este două treimi din lungime, iar aceasta, exprimată în centimetri, este dată de rezultatul exercițiului următor
$[36 \cdot (5 + 27 \cdot 6)] - 99 \cdot 56$.

4. Semiperimetrul (jumătate din perimetru) unui triunghi este 36 cm. Află perimetrul său.

5. Perimetrul (exprimat în decimetri) unui triunghi care are toate laturile egale este egal cu
$P = [(15 \cdot 1{,}6 : 0{,}2 + 1) : 5 + 1] : 0{,}2 + 6$.
Află lungimea unei laturi a triunghiului.

6. Determină lungimea și lăţimea unui dreptunghi cu perimetrul de 96 cm, știind că lungimea sa este de două ori mai mare decât lăţimea.

Gândesc creativ

Remorca unui camion a rămas înțepenită sub un pod mai jos. Înălțimea maximă permisă pentru a trece era de 2 m, iar remorca avea 2,10 m. Autoritățile s-au chinuit, dar n-au reușit să împingă sau să tragă remorca de sub pod fără a strica autovehiculul sau podul. O fetiță a venit cu o soluție simplă, care nu necesita împingerea sau tragerea remorcii, nici stricarea podului.

Oare care a fost soluția fetiței?

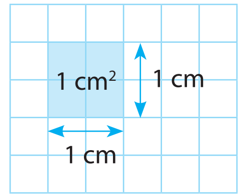
3. Unități de măsură pentru arie

Observ. Descopăr. Înțeleg

Pentru a măsura suprafața unor figuri, am folosit în clasa a IV-a centimetrul pătrat.

Ce unitate de măsură este potrivită pentru a exprima suprafața sălii de clasă?

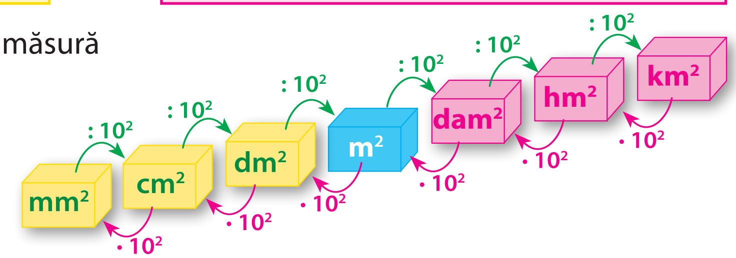
Pentru exprimarea ariei unor suprafețe folosim unitatea principală de măsură pentru *arie*, metrul pătrat, dar și *multiplii* și *submultiplii* acestuia.



Submultiplii metrului pătrat:
- decimetrul pătrat $1\ dm^2 = 0{,}01\ m^2$
- centimetrul pătrat $1\ cm^2 = 0{,}0001\ m^2$
- milimetrul pătrat $1\ mm^2 = 0{,}000001\ m^2$

Multiplii metrului:
- decametrul pătrat $1\ dam^2 = 100\ m^2$
- hectometrul pătrat $1\ hm^2 = 10\ 000\ m^2$
- kilometrul pătrat $1\ km^2 = 1\ 000\ 000\ m^2$

Schema de transformare a unităților de măsură pentru arie:



Exemple:

1) $32{,}7\ km^2 = 32{,}7 \cdot 100\ hm^2 = 32{,}7 \cdot 10\ 000\ dam^2 =$
   $= 32{,}7 \cdot 1\ 000\ 000\ m^2$
2) $2\ 345\ cm^2 = 2\ 345 : 100\ dm^2 = 2\ 345 : 10\ 000\ m^2 =$
   $= 2\ 345 : 1\ 000\ 000\ dam^2$
3) $35\ 687\ m^2 = 35\ 687 : 1\ 000\ 000\ km^2 = 0{,}035687\ km^2$

Observație:
Denumiri în agricultură:
1 ar = 1 a = 1 dam²
1 hectar = 1 ha = 1 hm²

Lucrez

1. Exprimă următoarele lungimi după exemplul:
$25{,}48\ m^2 = 2\ dam^2 + 5\ m^2 + 4\ dm^2 + 8\ cm^2$
a) $37{,}852\ m^2$ b) $7{,}305\ km^2$
c) $0{,}921\ hm^2$ d) $2{,}60\ dm^2$

2. Transformă unitățile de măsură.

$\cdot 10^2$	
23 km²	__ hm²
15 hm²	__ dam²
28 m²	__ dm²

$\cdot 10^4$	
39 hm²	__ m²
5 m²	__ cm²
9 dam²	__ dm²

$\cdot 10^6$	
5 km²	__ m²
13 hm²	__ dm²
54 dam²	__ cm²

$: 10^2$	
320 dm²	__ m²
79 m²	__ dam²
20 hm²	__ km²

$: 10^4$	
800 m²	__ hm²
400 dm²	__ dam²
600 hm²	__ km²

$: 10^6$	
9000 dm²	__ hm²
5000 cm²	__ dam²
2000 m²	__ km²

3. Completează.
a) $5\ dm^2 = \dots\ cm^2$ b) $7\ dam^2 = \dots\ dm^2$
c) $24\ dam^2 = \dots\ cm^2$ d) $6\ hm^2 = \dots\ dm^2$
e) $38\ dam^2 = \dots\ km^2$ f) $84\ m^2 = \dots\ dam^2$
g) $27\ dm^2 = \dots\ mm^2$ h) $3\ dm^2 = \dots mm^2$

4. Exprimă în metri pătrați:
a) $28\ dam^2$ b) $423\ 200\ cm^2$
c) $980\ 000\ mm^2$ d) $2\ 600\ dm^2$

5. Exprimă în hectare.
a) $700\ dam^2 + 0{,}3\ km^2 + 2\ 500\ m^2$
b) $0{,}023\ km^2 + 9\ 700\ a + 1{,}25\ dam^2$
c) $400\ a + 8{,}25\ km^2 - 0{,}72\ hm^2 + 12\ 000\ m^2$

6. Calculează și exprimă rezultatul în ari.
a) $0{,}02\ km^2 + 0{,}3\ ha + 250\ m^2$
b) $1{,}02\ hm^2 + 0{,}7\ km^2 + 1\ 200\ m^2$

7. Asociază măsurile egale.

3,75 hm²	**170 a**	**7 ha**
70 000 m²	**17 000 m²**	**37 500 m²**
1,7 ha	**375 dam²**	**700 a**

4. Aria pătratului și aria dreptunghiului

Observ. Descopăr. Înțeleg

Camera de baie a Mariei are forma unui dreptunghi cu lungimea de 3,9 m și lățimea de 3 m. Ea vrea să pună pe toată suprafața plăci de gresie pătrată, cu latura de 40 cm. De câte plăci are nevoie?

Rezolvare:

Latura unei plăci de gresie este 30 cm, deci aria sa este 30 cm · 30 cm = 900 cm^2.

Lungimea camerei este 3,9 m și lățimea 3 m, deci aria camerei este 3,9 m ·3 m = 11,7 m^2.

Pentru a afla numărul de plăci de gresie necesare, împărţim aria camerei la aria unei plăci. Pentru aceasta e necesar să operăm cu aceeași unitate de măsură.

Avem: 900 cm^2 = 0,09 m^2.

11,7 m^2 : 0,09 m^2 = 1170 m^2: 9 m^2= 130.

Așadar, Maria are nevoie de 130 de plăci de gresie.

Rețin

Aria unui pătrat cu lungimea laturilor egală cu *l* este $A_{\square} = l \cdot l = l^2$

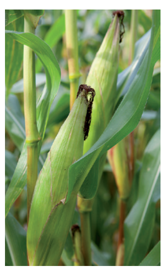
Aria unui dreptunghi cu lungimile laturilor egale cu *L* (lungimea) şi *l* (lăţimea) este $A_{\square} = L \cdot l$

Lucrez

1. Calculează aria:
   a) unui pătrat cu lungimea laturii de 2,5 m;
   b) unui dreptunghi cu lungimea de 12 dm şi lăţimea 3 pătrimi din lungime.

2. Calculează aria unui teren agricol știind că are formă dreptunghiulară, iar dimensiunile sale sunt 3,5 dam și 2,5 dam.

3. Pe un teren în formă de pătrat cu latura de 50 m este cultivat porumb.

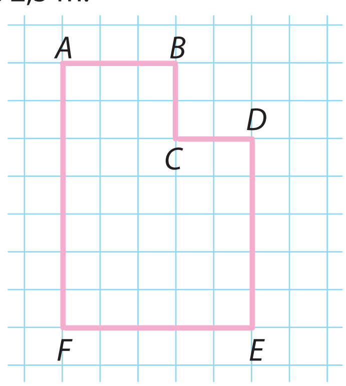


   a) Un teren dreptunghiular cultivat grâu are același perimetru cu terenul cultivat cu porumb, iar lăţimea sa este o treime din lungime. Află suprafața terenului.
   b) Dacă recolta de porumb a fost de 1 250 kg la hectar, află suma încasată pentru întreaga recoltă, dacă 1 kg s-a vândut cu 1,25 lei.
   c) Dacă recolta de grâu a fost de 2 050 kg la hectar, află ce sumă s-a încasat pentru întreaga recoltă, știind că 1 kg s-a vândut cu 0,75 lei.

4. Sorana are în curte un teren dreptunghiular cu dimensiunile 80 cm și 320 cm pe care vrea să planteze lalele. Dacă un bulb de lalea se plantează pe o suprafață de 200 cm^2, află câte lalele poate planta Sorana pe acel teren.

5. Determină aria unui dreptunghi cu perimetrul de 96 cm, știind că lungimea este de două ori mai mare decât lăţimea.

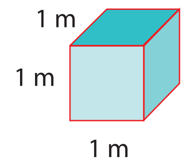
6. Calculează în două moduri suprafața spaţiului de joacă prezentat în figura de mai jos, știind că latura unui pătrățel corespunde lungimii de 2,5 m.



VIII

5. Unități de măsură pentru volum

Observ. Descopăr. Înțeleg



Pentru a măsura volumul unor corpuri, am folosit în clasa a IV-a centimetrul cub. Ce unitate de măsură este potrivită pentru a exprima volumul unei săli de clasă?

Pentru exprimarea volumului unor corpuri folosim unitatea principală de măsură pentru *volum*, metrul cub, dar și *multiplii* și *submultiplii* acestuia.

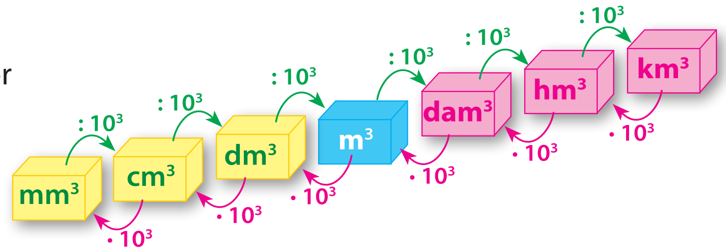
Submultiplii metrului cub

– decimetrul cub $1\ dm^3 = 0{,}001\ m^3$
– centimetrul cub $1\ cm^3 = 0{,}000001\ m^3$
– milimetrul cub $1\ mm^3 = 0{,}000000001\ m^3$

Multiplii metrului cub

– decametrul cub $1\ dam^3 = 1\ 000\ m^3$
– hectometrul cub $1\ hm^3 = 1\ 000\ 000\ m^3$
– kilometrul cub $1\ km^3 = 1\ 000\ 000\ 000\ m^3$

Schema de transformare a unităților de măsură pentru volum:



Exemple

1) $23{,}75\ km^3 = 23{,}75 \cdot 1\ 000\ hm^3 = 23{,}75 \cdot 1\ 000\ 000\ dam^3 =$
$= 23{,}75 \cdot 1\ 000\ 000\ 000\ m^3$

2) $7\ 895\ cm^3 = 7\ 895 : 1\ 000\ dm^2 = 7\ 895\ \ : 1000\ 000\ m^3 =$
$= 7\ 895\ \ : 1\ 000\ 000\ 000\ dam^3$

3) $24\ 364\ m^3 = 24\ 364 : 1\ 000\ 000\ 000\ km^3 = 0{,}000024364\ km^3$

Observație!
Într-un cub cu latura de 1 dm încape 1 litru de apă.
$1\ dm^3 = 1\ \ell$

Lucrez

1. Exprimă următoarele volume după exemplul dat.
$2\ 115{,}483\ m^3 = 2\ dam^3 + 115\ m^3 + 483\ dm^3$
a) $3\ 217{,}852\ m^3$ b) $7{,}305\ km^3$
c) $0{,}921\ hm^3$ d) $2{,}60\ dm^3$

2. Transformă unitățile de măsură.

$\cdot 10^3$

23 km³	__ hm³
15 hm³	__ dam³
28 m³	__ dm³

$\cdot 10^6$

39 hm³	__ m³
5 m³	__ cm³
9 dam³	__ dm³

$\cdot 10^9$

5 km³	__ m³
13 hm³	__ dm³
54 dam³	__ cm³

$: 10^3$

320 dm³	__ m³
79 m³	__ dam³
20 hm³	__ km³

$: 10^6$

800 m³	__ hm³
400 dm³	__ dam³
600 hm³	__ km³

$: 10^9$

9000 dm³	__ hm³
5000 cm³	__ dam³
2000 m³	__ km³

3. Exprimă în metri cubi:
a) $28\ dam^3$; b) $423\ 200\ cm^3$;
c) $980\ 000\ mm^3$; d) $2\ 600\ dm^3$.

4. Completează:
a) $5\ dm^3 = \dots\ cm^3$ b) $7\ dam^3 = \dots\ dm^3$
c) $24\ dam^3 = \dots\ cm^3$ d) $6\ hm^3 = \dots\ dm^3$
e) $38\ dam^3 = \dots\ km^3$ f) $84\ m^3 = \dots\ dam^3$
g) $27\ dm^3 = \dots\ mm^3$ h) $3\ dm^3 = \dots mm^3$

5. Transformă în metri cubi:
a) $1{,}234\ dam^3$ b) $134\ dm^3$
c) $2{,}001\ hm^3$ d) $2\ 345\ dm^3$
e) $3\ 425\ 000\ cm^3$ f) $0{,}023\ km^3$

6. Transformă în decimetri cubi:
a) $0{,}032\ m^3$ b) $2\ 300\ cm^3$
c) $11{,}234\ dam^3$ d) $0{,}0002\ hm^3$

7. Asociază măsurile egale.

34,705 hm³	**1 700 dm³**	**17 dam³**
70 000 m³	**17 000 m³**	**34 705 dam³**
1,7 ℓ	**375 dam²**	**70 dam³**

6. Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic

Observ. Descopăr. Înțeleg

Maria trebuie să calculeze volumul cubului, iar Alin pe al paralelipipedului dreptunghic. Să-i ajutăm!

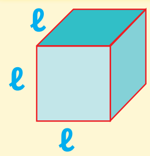
Muchia cubului este 4 cm, deci volumul său este

$V_{cub} = 4\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 64\text{ cm}^3$.

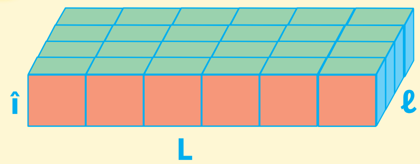
Lungimea paralelipipedului este 4 cm, lățimea 3 cm, iar înălțimea 2 cm, deci volumul său este:

$V_{paralelipiped} = 4\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 24\text{ cm}^3$.

Rețin



$V_{cub} = \ell \cdot \ell \cdot \ell$



$V_{paralelipiped} = L \cdot \ell \cdot î$

Lucrez

1. Calculează volumul:
a) unui cub cu lungimea muchiei de 5 cm;
b) unui paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 12 dm, lăţimea de 8 dm și înălţimea 3 pătrimi din lăţime.

2. Calculează volumul unui cub care are muchia:
a) 3 cm; b) 8 dm; c) 4 m; d) 120 mm.

3. Află volumul unui cub care are muchia *a* exprimată în centimetri, unde *a* este:
a) cel mai mic număr prim scris cu două cifre distincte;
b) cel mai mare număr par scris cu o singură cifră;
c) cel mai mic număr natural impar.

4. Calculează și determină volumele paralelipipedelor care au dimensiunile date în tabelul de mai jos.

L	15 cm	35 cm	28 cm	33 dm
l	150 mm	300 cm	60 mm	300 mm
î	72 cm	56 cm	25 cm	10 cm

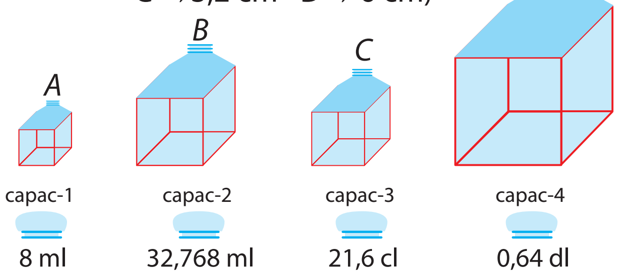
5. Calculează volumul unui paralelipiped dreptunghic având dimensiunile distincte *a, b, c* exprimate în metri, astfel:
a) *a*, *b*, *c* sunt numere consecutive, a căror sumă este 15;
b) *a*, *b*, *c* sunt cele mai mici pătrate perfecte;
c) *a*, *b*, *c* sunt cele mai mici numere prime.

6. Într-o cutie cu gresie, fiecare placă are dimensiunile 15 cm x 30 cm și grosimea de 5 mm. Cutia are dimensiunile 45 cm, 30 cm, 35 cm. Ce suprafață poate fi acoperită cu gresia din cutie?

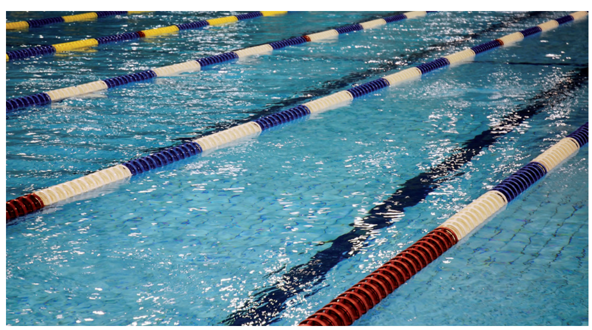
7. Calculează volumul unui cub care are latura de:
a) 7 m b) 36 cm c) 18 mm
d) 30 cm e) 40 dm f) 8 dam
g) 0,5 m h) 11 dam i) 12 mm

8. Câți litri de apă pot fi puși într-un vas paralelipipedic cu dimensiunile 5 dm, 4 dm, 3 dm?

9. Pune capacul potrivit fiecărui recipient!
(muchia: A → 2 cm B → 4 cm
C → 3,2 cm D → 6 cm)



10. Află volumul de apă, exprimat în litri, necesar pentru a umple bazinele de apă ale unei baze sportive, cunoscând dimensiunile acestora:
• bazinul A: 15 m, 6 m, 4 dm;
• bazinul B: 35 m, 6 m, 100 cm;
• bazinul C: 50 m, 25 m, 2 000 mm.



VIII Recapitulare

1. ***Matematica și istoria***

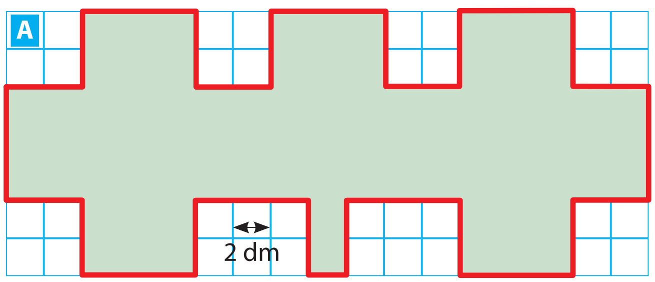
În Roma antică, cea mai utilizată unitate de măsură a lungimilor era *piciorul*. Acesta măsura aproximativ 29,6 cm. Alte unități de măsură utilizate de romani erau: *degetul*, *palma*, *cotul*, *pasul*, *pasul dublu*, *mila*.

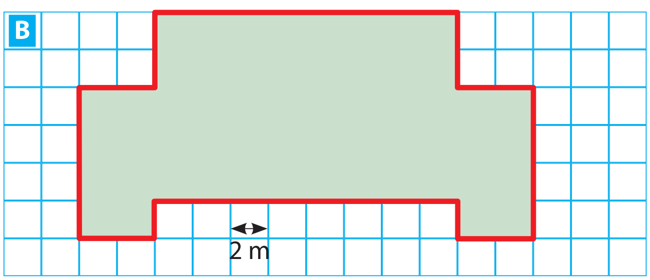
Observă tabelul următor.

Unitatea de măsură a lungimii	Echivalența
deget	de 16 ori mai mic decât un picior
palmă	de 4 ori mai mică decât un picior
cot	1 picior și jumătate
pas	2 picioare și jumătate
pas dublu	5 picioare
milă	2 000 de pași

Află lungimea fiecărei unități din tabel, exprimată în centimetri.

2. Află perimetrul și aria figurilor de mai jos.





3. Alege răspunsul corect.

a) 36 m este egal cu :

A 360 cm **B** 3,6 dam **C** 360 hm

b) 12 cm este egal cu:

A 1,2 mm **B** 0,12 m **C** 12 dam

c) aria de 5 ha este egală cu:

A 500 a **B** 5 000 dam^2 **C** 0,5 km^2

d) aria de 110 m^2 este egală cu:

A 11 dam^2 **B** 1,1 a **C** 110 dm^2

4. Efectuează:

a) 4,345 dam^2 + 7898 m^2 + 0,342 km^2 = ? m^2

b) 25,722 hm^2 + 27,48 dam^2 + 7,42 m^2 = ? dam^2

c) 286 ha + 428,6 a + 1723 dam^2 = ? ha

5. Marin și Tudor s-au luat la întrecere pentru a construi un cub care să aibă un volum cât mai mare. Latura cubului construit de Marin este de 50 cm, iar cubul lui Tudor are volumul de 125 litri. Care dintre cei doi copii a câștigat?

6. Află câți litri de apă pot intra într-un cub de sticlă cu latura de 20 cm.

7. Află lungimea muchiei unui cub al cărui volum este de 64 cm^3.

8. Curtea unei școli are forma unui dreptunghi cu dimensiunile de 324 m și 288 m. Află lungimea gardului care înconjoară această curte.

9. Află câți metri de lână a folosit bunica pentru tricotarea unui pulover dacă a utilizat 7 gheme de lână având fiecare lungimea firului de 4 800 cm.

10. ***Matematica și mediul***

Lemnul face parte din sursele de energie regenerabile, dacă exploatarea pădurilor se face responsabil. Pentru volumul lemnului, există unitatea de măsură denumită *metrul ster*, care exprimă volumul de lemn care intră într-un cub cu muchia de 1 m.

De fapt, între trunchiurile de copac dintr-un metru ster există aproximativ 30% spații goale.

a) Calculează volumul real de lemn aflat într-un metru ster.

b) Observă următorul tabel.

	Masa unui dm^3 (kg)	
Specia	Lemn verde	Lemn uscat
Brad	0,95	0,55
Molid	0,75	0,55
Pin	0,70	0,60
Carpen	0,95	0,85
Fag	0,95	0,75
Stejar	1,00	0,90
Tei	0,75	0,55

Răspunde la următoarele cerințe.

- Pentru fiecare specie de arbori, calculează masa lemnului dintr-un metru ster.
- Care specie pierde cel mai mult prin uscare? Dar cel mai puțin?

START

1. Dacă mărim cu 30 cm lățimea unui dreptunghi, obținem un pătrat cu latura de 5 dm. Află perimetrul dreptunghiului.

2. Lungimea unui dreptunghi este cu 14 dm mai mare decât dublul lățimii. Perimetrul său este 118 dm.
a) Află dimensiunile dreptunghiului.
b) Află aria dreptunghiului, exprimată în metri pătrați.

3. Calculează volumul unui cub cu muchia de 8 dm.

4. Determină volumul unui paralelipiped cu lungimea de 36 cm, lățimea de două ori mai mică, iar înălțimea, de trei ori mai mică decât lățimea.

5. a) Câte hectare are un teren dreptunghiular cu lungimea de 24 dam și lățimea de 15 dam?
b) Pe 0,4 din suprafața acestui teren a fost semănată secară. Află aria acestei suprafețe, exprimată în ari.

6. Câți litri de apă sunt într-un vas paralelipipedic cu dimensiunile 30 cm, 20 cm, 15 cm, dacă apa reprezintă 75% din volumul vasului?

7. La o școală trebuie să se cumpere gresie pentru o suprafață de 216 m^2. Câte plăci de gresie trebuie cumpărate dacă suprafața uneia este de 900 cm^2?

STOP

Numărul exercițiului	1	2	3	4	5	6	7	oficiu
Punctaj	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	30 p	10 p	10 p

Am învățat în clasa a V-a

1. Se consideră numărul 79 308. Şterge 2 cifre astfel încât să obţii:
a) cel mai mare număr natural;
b) cel mai mic număr natural.

2. Se consideră numărul $A = 34\,957$.
a) Adaugă cifra 5 numărului A, astfel încât să obţii cel mai mic număr posibil.
b) Adaugă cifra 2, astfel încât să obţii cel mai mare număr posibil.

3. Pe axa numerelor naturale, punctele A și B au coordonatele 89, respectiv, 132. Stabilește ordinea celor două puncte.

4. Stabilește care dintre numerele 800, 700, 400, 200 este mai aproape de:
a) 739; b) 427; c) 783; d) 158.

5. Cât este distanţa București – Londra?
– Răspunsul lui Paul pentru nota 10 la lecţia de geografie este: 2 547 km
– Răspunsul Deliei când a fost întrebată de un prieten: „cam 2 500 km sau 2 600 km”
– Răspunsul primit de Bogdan de la agenţia de turism: „aproximativ 2 550 km”
– Răspunsul Anei când s-a uitat pe hartă 2 000 – 3 000 km
a) Ce aproximări s-au folosit în text?
b) Cine a rotunjit numărul și la ce unitate?

6. Câte numere sunt între 987 649 și 6 895 324?

7. Calculează:
a) $10 - 9 + 8 - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1$
b) $10 + 8 + 6 + 4 + 2 - (9 + 7 + 5 + 3 + 1)$
c) $2 - 1 + 3 - 2 + 4 - 3 + 5 - 4 + 6 - 5 + 7 - 6 + 8 - 7 + 9 - 8 + 10 - 9$
d) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 + 8$

8. Care sunt cele trei numere naturale pentru care suma și produsul sunt egale?

9. Efectuează:
a) $25 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 29$ b) $47 \cdot 24 - 23 \cdot 27$
c) $23 \cdot (256 + 194)$ d) $423 \cdot 234 - 490 \cdot 200$

10. Efectuează, folosind factorul comun:
a) $39 \cdot 48 - 48 \cdot 37$
b) $13 \cdot 269 + 13 \cdot 24 - 13 \cdot 93$
c) $67 \cdot 124 + 67 \cdot 235 + 33 \cdot 147 + 33 \cdot 212$
d) $57 \cdot 49 + 57 \cdot 98 - 147 \cdot 56$

11. Află suma tuturor resturilor posibile la împărțirea cu:
a) 5 b) 49

12. Calculează, folosind proprietăți ale împărțirii și înmulțirii.
a) $\overline{aaaa} : 11 : a$ b) $(3 + 6 + 9 + 12) : 3$
c) $(5 + 10 + ... + 50) : 5$ d) $29 \cdot 37 : 29$
e) $78 \cdot 57 : 39$ f) $25 \cdot 38 : 19 : 25$
g) $26 \cdot 16 : 32 : 13$ h) $51 \cdot 14 : 21 : 17$

13. Verifică egalitățile:
$(28 \cdot 3) : (4 \cdot 3) = (28 : 4) \cdot (3 : 3)$
$(75 \cdot 6) : (25 \cdot 3) = (75 : 25) \cdot (6 : 3)$
Calculează în același mod:
a) $(49 \cdot 25) : (7 \cdot 5)$ b) $(24 \cdot 36) : (8 \cdot 9)$
c) $(28 \cdot 75 \cdot 42) : (7 \cdot 25 \cdot 6)$ d) $(82 \cdot 27) : (9 \cdot 41)$

14. Calculează:
a) $(2^2)^2$ b) $(3^3)^1$ c) $(5^1)^3$
d) $(7^2)^8 : (7^4)^4$ e) $6^3 \cdot (6^2)^3 : 6^8$ f) $9^5 : 27^2$
* g) $8^{10} : 16^7$ h) $25^5 : 125^3$ i) $(4^2)^{12} : (8^4)^4$

15. Determină numărul natural care împărțit la un număr de 2 cifre dă câtul 11 și restul 98. Determină numărul care împărțit la un număr de 3 cifre dă câtul 11 și restul 998.

16. Pentru a putea fi organizată o excursie, la maximum 9 elevi trebuie să fie prezent un cadru didactic. Câți profesori au însoțit un grup de 239 elevi?

17. *Sunt un număr!*
a) Sunt un număr care împărțit la 21 dă un cât și un rest de trei ori mai mic decât împărțitorul. Cine sunt?
b) Sunt un număr care împărțit la 2 dă câtul 27 și restul nenul. Cine sunt?
c) Sunt numărul de 17 ori mai mic decât 8 041.
d) Sunt un număr de 3 cifre. Cea de-a doua cifră este de patru ori mai mare ca cea de-a treia cifră, iar prima cifră este cu 3 mai mică decât a doua cifră. Ce număr sunt?

18. La ora de sport, elevii clasei a VI-a sunt așezați în rânduri de câte 12 elevi. Stabiliți câte rânduri se formează, știind că sunt 96 elevi.

19. ***Matematică și sport***

Triatlonul este o competiție sportivă formată din 3 probe: înot, ciclism și alergare pe asfalt. Există mai multe tipuri de triatlon, dar cel mai important se întâlnește la Jocurile Olimpice. Aici proba de înot are lungimea de 1 500 m, la ciclism trebuie parcurși 40 km, iar proba de alergare pe asfalt are lungimea de 10 km.

Dacă un atlet are la dispoziție pentru a se antrena o piscină cu lungimea de 50 m, o pistă de ciclism de 400 m și una de alergare cu lungimea de 500 m, determină:

a) câte lungimi de piscină trebuie să parcurgă pentru a realiza complet lungimea probei de înot?

b) câte ture de pistă trebuie să facă pentru a realiza complet probele de ciclism, respectiv, de alergare?

20. ***Matematică și geografie***

Densitatea populației unei țări se află împărțind numărul total de locuitori la numărul de kilometri pătrați ai țării respective. Potrivit ultimelor date publicate de Institutul Național de Statistică, populația rezidentă a României, la 1 ianuarie 2017, era estimată la 19 310 216. Știind că suprafața României este 238 391 km^2, determină densitatea populației României.

21. Un număr este *roșu* dacă împărțit la 3, 5, 7 se obține de fiecare dată restul 2; *albastru* dacă obținem restul 1 și *negru* în celelalte cazuri. Stabiliți culoarea fiecărui număr.

a) 946; b) 1 262 c) 357; d) 315; e) 421; f) 737

22. Mihai Viteazul a fost domnul Țării Românești timp de 84 de luni. Câți ani a domnit acesta?

23. Un televizor costă 1 209 lei. Cât va costa acest televizor după o ieftinire de 3 ori față de prețul actual?

24. Trei frați locuiesc la o fermă. Se hotărăsc să cumpere semințe pentru plantare. Achim și Bogdan merg la târg, în timp ce Cosmin rămâne la fermă să aibă grijă de animale. Bogdan a cumpărat 75 de saci de grâu, iar Achim a cumpărat 45 de saci. La fermă, ei împart sacii în mod egal. Cosmin a plătit 1 400 de lei pentru grâu. Cum s-a împărțit această sumă între Bogdan și Achim?

25. Cu cifrele 2; 6; 7 formează un multiplu de trei cifre distincte al lui 23.

26. Dacă $n = 2^5 \cdot 11 + 5$, atunci demonstrează că $21 \mid n$.

27. În două lăzi sunt 175 de portocale. Putem face pachete de câte 7 portocale, astfel încât să terminăm stocul? Dar de câte 13? Dă exemplu de un alt număr de pachete astfel încât să nu mai rămână portocale.

28. 4 746 kg de făină pot fi depozitate în saci de 6 kg?

29. Completează spațiile libere:

a) Un divizor al lui 12 este …

b) Un multiplu al lui 23 este …

c) 28 este un multiplu al lui …

d) 19 este un divizor al lui …

e) 104 este divizibil cu …

f) 11 divide pe …

g) 45 se divide cu …

30. Determină valoarea sumei primilor 10 multipli ai lui 5.

31. * Determină numerele naturale b care îndeplinesc condiția $(b+1) \mid (b+7)$.

32. Determină fracțiile echivalente cu $\frac{16}{23}$ care au numitorii:

a) 46; b) 115; c) 92; d) 253.

33. Determină fracțiile echivalente cu $\frac{5}{8}$ care au numitorii cuprinși între 42 și 76.

34. Determină fracțiile echivalente cu $\frac{11}{8}$ care au numărătorii cuprinși între 80 și 136.

35. Determină fracțiile echivalente cu $\frac{2\,244}{2\,508}$ care au numitorii:

a) 19; b) 114; c) 57; d) 209.

36. Se poate simplifica prin 11 fracția $\frac{\overline{ab}+\overline{ba}}{154}$? Justifică răspunsul!

37. Adu fracțiile următoare la același numitor.

a) $\frac{7}{36}, \frac{5}{72}, \frac{11}{45}$ b) $\frac{3}{25}, \frac{7}{75}, \frac{13}{40}$

c) $\frac{6}{25}, \frac{19}{75}, \frac{23}{30}$ d) $\frac{11}{16}, \frac{5}{14}, \frac{1}{84}$

e) $\frac{1}{64}, \frac{1}{75}, \frac{1}{32}$ f) $\frac{22}{242}, \frac{54}{198}, \frac{280}{385}$

38. Primăria unei localităţi a hotărât ca un teren având o suprafaţă de 20 ha să fie împărţit în parcele de câte 500 m^2. Pe $\frac{1}{5}$ din numărul parcelelor se vor amenaja locuri de joacă pentru copii, pe $\frac{1}{4}$ din parcelele rămase se vor amenaja parcuri cu flori, pe $\frac{1}{3}$ din parcelele rămase după aceea se vor planta arbori exotici, iar pe $\frac{1}{2}$ din restul parcelelor se va semăna iarbă. Pe suprafaţa rămasă se va amenaja un teren de golf. Exprimaţi în ari suprafeţele respective. Care dintre ele este mai mare?

39. Se consideră fracția zecimală 7,25(53).

a) Scrie sub formă de fracție ordinară.

b) Care este a 2 018-a zecimală a acestei fracții zecimale?

c) Calculează suma primelor 100 de zecimale.

40. Calculează.

a) $34,7 : 10$ b) $734,2 : 1\,000$

c) $2,97 \cdot 1\,000$ d) $35,1 \cdot 100$

e) $673,2 : 100$ f) $0,135 \cdot 10$

41. Calculează.

a) $7 : 2$ b) $30,71 : 8,3$

c) $23,281 : 75,1$ d) $343,047 : 8,367$

e) $107,2786 : 14,3$ f) $64,33 : 0,07$

42. Calculează.

a) $13,75 + 23,9 - 17,77$

b) $83,41 - 29,7 + 33,245$

c) $6,24 + 3 \cdot 14 \cdot 7 - 5,11$

d) $7 : 2 + 3,5$

43. Calculează.

a) $3 \cdot (7 - 2,16 + 4,33)$

b) $[27,21 + 4 \cdot (45,11 + 2 \cdot 3,2) - 4,37]+1,1$

c) $12,25 + 1,2 \cdot \{11 + 1,1 \cdot [6,5 + 2 \cdot (0,45 - 0,4)]\}$

d) $[0,8 + 4 \cdot (0,34 \cdot 10 + 1,2 : 2)] : 0,168$

44. În tabelul de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute de Maria, Irina, Alina, Carmen, Radu și Matei la un test cu întrebări despre mediu:

Maria	Irina	Alina	Carmen	Radu	Matei
5	7	10	9	8	9

a) Calculează media aritmetică a punctajelor obținute de cei șase elevi;

b) Calculează media aritmetică a punctajelor impare obținute de elevi;

c) Ce punctaj ar fi trebuit să obțină Maria, astfel încât media aritmetică a punctajelor să fie 8,5?

45. Doi prieteni, Mircea și Vlad, merg împreună la cumpărături. După ce Mircea cheltuiește 310 lei, iar Vlad 25 lei, constată că au rămas cu aceeași sumă de bani.

a) Care dintre cei doi prieteni a avut la început o sumă mai mare de bani?

b) Dacă împreună cei doi prieteni au avut la început 443 lei, calculează ce sumă a avut inițial fiecare dintre ei.

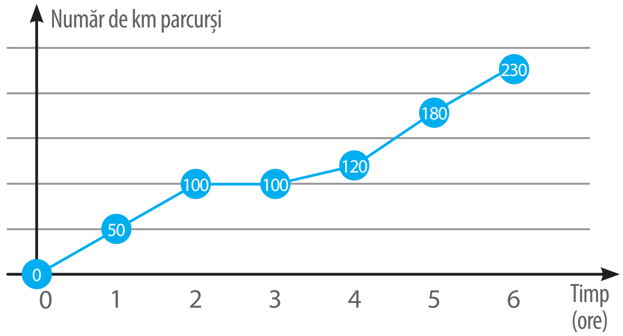
46. Pentru pregătirea sărbătorilor de iarnă, o familie cumpără 15,5 kg de bomboane de ciocolată și bomboane fondante, pentru pachetele pe care le vor primi colindătorii.

a) Dacă vecinul din stânga mai aduce 1,2 kg de bomboane de ciocolată, care este cantitatea totală de bomboane pe care o are familia?

b) Dacă vecinul din dreapta primește și el pentru a face pachete 2,53 kg de bomboane fondante, care este cantitatea totală de bomboane pe care o are familia?

c) Dacă pentru prima seară de colindat s-au folosit la pachete 3,17 kg de bomboane de ciocolată, iar vecinul din dreapta a adus înapoi 1,5 kg de bomboane fondante, care este cantitatea totală de bomboane pe care o mai are familia?

47. În diagrama următoare este prezentat parcursul unui vehicul care se deplasează între două localități.



a) Cât timp a staționat vehiculul?
b) Care este cel mai mare număr de kilometri parcurși într-o oră?
c) Care este numărul kilometrilor parcurși în primele 3 ore?
d) Care este intervalul orar în care vehiculul a parcurs 20 km?
e) Câte ore vehiculul s-a deplasat cu o viteză medie de 50 km/oră?

48. Construiește:
a) două segmente care au același mijloc și dreptele lor suport concurente;
b) trei puncte coliniare *A*, *B*, *C*, astfel încât $AB = 4$ cm și *C* este simetricul punctului *B* față de punctul *A*;
c) patru puncte coliniare *A*, *B*, *C* și *D*, astfel încât $AB = 3$ cm și *C* este atât simetricul punctului *A* față de *B*, cât și mijlocul segmentului *AD*.

49. Un teren are formă de dreptunghi cu lungimea de 650 m, iar lățimea reprezintă $\frac{7}{13}$ din lungime. Se știe că $\frac{14}{25}$ din suprafață a fost însămânțată cu porumb, $\frac{5}{11}$ din rest cu grâu, iar restul cu cartofi. Află suprafața fiecărei culturi.

50. La cofetăria din localitate au fost aduse următoarele cantități de sortimente de înghețată: înghețată de ciocolată – 8 kg, înghețată de fistic – 3 kg, înghețată de vanilie – 8 kg și înghețată de fructe de pădure – 6 kg.
Vânzarea se face la cornet, pahar sau caserolă astfel: cornet cu o cupă de 30 g – 3 lei, cornet cu trei cupe de câte 30 g – 8 lei, pahar de 100 g – 10 lei, caserolă de 500 g – 40 lei.

a) Organizează într-un tabel sortimentele de înghețată și cantitățile corespunzătoare;
b) Folosește datele din tabel și alcătuiește diagrama coloană corespunzătoare;
c) Care este cantitatea totală de înghețată adusă în cofetărie?
d) Înghețata de ciocolată și cea de vanilie s-au vândut ca înghețată asortată, în cantități egale, la caserole. Calculează câte caserole au fost folosite.
e) Câte pahare sunt necesare pentru a vinde toată înghețata de fructe de pădure?
f) Știind că înghețata de fistic s-a vândut într-un număr egal de cornete cu o cupă și cornete de trei cupe, calculează care este suma de bani pe care cofetăria a primit-o pentru acest sortiment de înghețată.

51. Efectuează operațiile indicate cu măsurile următoarelor unghiuri:

a) $45° + 72°$ b) $127° - 79°$
c) $37° 41' + 59° 18'$ d) $37° 41' - 19° 18'$
e) $47° 51' + 22° 38'$ f) $67° 11' - 59° 18'$

52. Efectuează:
a) 6 km + 45 dam + 150 m +1 500 cm = ? dam
b) 12 dm + 2 m + 2 dam + 3 000 mm = ? cm
c) 5 700 dam + 600 hm + 1 500 m + 3 5000 dm = = ? km

Parcul de aventură

Într-o localitate din România, într-un cadru natural, în mijlocul a 2,5 hectare de pădure, cu 80 de copaci, 92 platforme, 100 de jocuri, 692 m de tiroliene, 1 000 m de coardă, 5 400 m de cablu, se află un mare parc de distracție activă.

Parcul de aventură este o activitate sportivă în aer liber, un mod plăcut de a petrece timpul liber. Parcul dispune de 8 trasee de tiroliană de dificultate progresivă.

Fiecare nivel de dificultate este simbolizat de o culoare: 2 trasee ***mov*** pentru copii sub 8 ani, 2 trasee ***galbene*** pentru copii de la 8 ani împliniți și pentru începători. Traseul ***verde*** este un parcurs ușor, nu depășește înălțimea de 6 metri. Traseul ***albastru*** este un parcurs de dificultate medie. Traseele ***roșu*** și ***negru*** sunt cele mai dificile, iar cel mai înalt punct îl întâlnim la traseul negru: 20 de metri.

Pentru a răspunde la cerințele 1-2, citește următorul text:

Compania deținătoare a parcului intenționează să deschidă un alt Parc de aventuri similar într-o altă zonă a țării. Compania are la dispoziție un teren de 25 de hectare, unde se va construi o zonă de clădiri pentru personalul tehnic și pentru spații de recreere. Această zonă este proiectată să ocupe 50 000 m^2. Pe același teren este prevăzută construcția unei zone cu terenuri sportive, pe o suprafață de 8 ha, precum și a căilor de acces către toate obiectivele parcului. Proiectul prevede ca aleile ce se vor construi să ocupe o suprafață de 10 000 m^2.

Dar principalul punct de atracție al parcului va fi zona pe care se află un lac natural și o pădure de fag, unde se vor construi traseele de tiroliene, după schița din pagina alăturată (punctele A, C, D, E, F, H și P reprezintă stâlpii pe care se vor monta cablurile tirolienelor).

1. Pentru realizarea parcului de aventuri, este necesară o anumită sumă de bani.

Dacă vei afla numărul $N=\left(\frac{a}{b}\right)^2$, unde

$$a=\left\{\left[19,(7)-18,(4)\right]:\frac{1}{3}\right\}:\left[\left(3\frac{1}{3}-\frac{3}{2}\right):\frac{11}{6}\right],$$

$$b=0,30(5)\cdot 3\frac{3}{11}:\frac{2}{3}+\left(\frac{3}{2}-1:2,6\right):2\frac{3}{13},$$

vei afla câte milioane de euro vor fi utilizate la construcția parcului.

2. Din această sumă, 75% provine din fonduri europene, restul trebuie să fie contribuția companiei. Află cât trebuie să fie această contribuție.

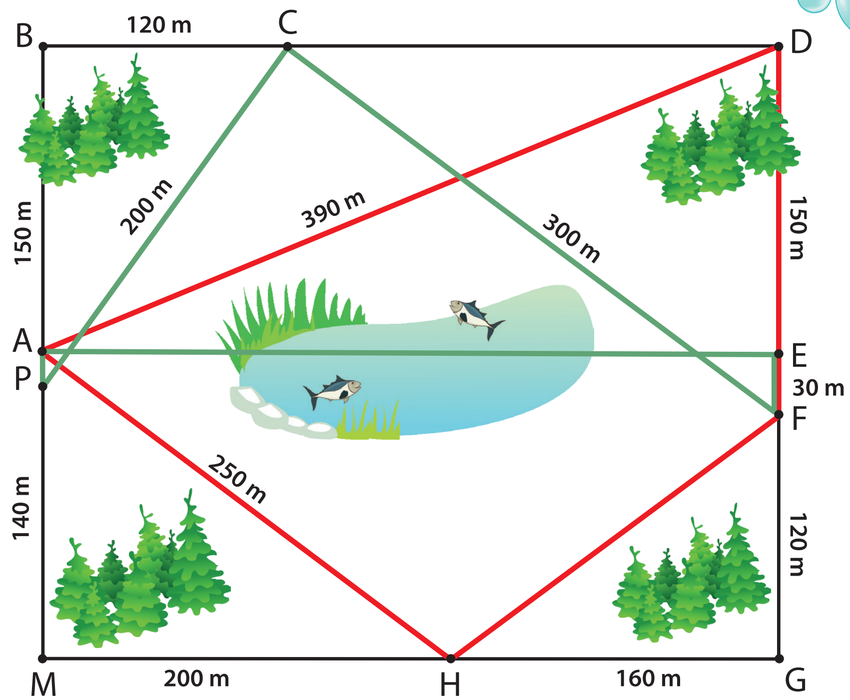
Pentru a răspunde la cerințele 3-5, privește imaginea alăturată.

3. Care este lungimea dintre stâlpii C și D? Dar dintre stâlpii P și A?

4. Știind că distanța dintre stâlpii F și H este egală cu distanța dintre stâlpii P și C, precizează lungimea cablului care va fi întins între stâlpii F și H.

5. Toate zonele prevăzute în proiect (zona de construcții, zona cu terenuri sportive și zona cu traseele de tiroliană) se pot construi pe terenul pe care îl deține compania?

Justifică răspunsul.



Pentru a răspunde la cerințele 6-8, citește următorul text:

Pentru început, proiectul prevede doar două trasee de tiroliană.

Punctul de plecare pentru orice traseu de tiroliană este punctul A.

Traseul roșu este A→D→F→H→A. Traseul verde este A→E→F→C→P.

6. Care este lungimea traseului roșu?

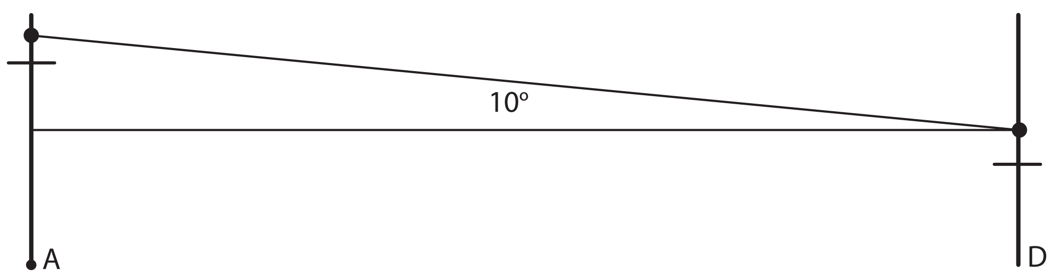
7. Proiectează un traseu pentru copii cu vârsta mai mică de 8 ani, care să nu depășească 350 m.

8. Proiectează un traseu mediu, a cărui lungime să fie cu 50 m mai mică decât lungimea traseului verde.

Pentru a răspunde la cerințele 9-10, citește următorul text:

Pentru a putea proiecta mai multe trasee, stâlpii construiți în punctele A, C, D, E, F, H și P vor avea montate platforme de odihnă la distanțe diferite față de sol. Totodată, pentru a asigura alunecarea de la un stâlp la următorul stâlp, cablul trebuie să „coboare" între cei doi stâlpi.

De exemplu, între stâlpii A și D, aflați la o distanță de 390 m, este nevoie de un „unghi de cădere" de 10°. La fiecare 20 m în minus, unghiul crește cu un grad.

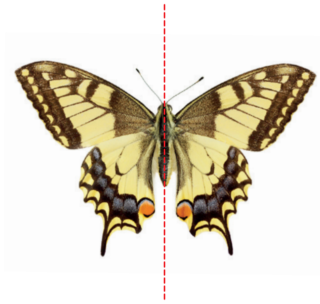


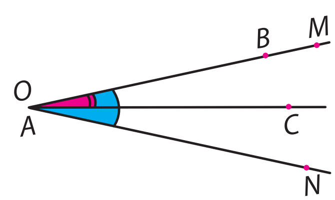
9. Calculează „unghiul de cădere" care trebuie realizat între stâlpii D și E pentru traseul roșu.

10. Dacă pe traseul verde, între punctele A și E, „unghiul de cădere" este de 12°, calculează „unghiul de cădere" între ultimii doi stâlpi ai traseului verde.

Numărul exercițiului	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	oficiu
Punctaj	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	10 p	5 p	5 p	10 p

Index





Intră în lumea cunoașterii! În manualul de *Matematică* vei descoperi:

- ✓ lecții antrenante
- ✓ ilustrații atractive, adecvate vârstei tale
- ✓ activități de învățare variate
- ✓ toate noțiunile din programă explicate pe înțelesul tău

În plus, pe CD găsești **varianta digitală a manualului**, completată cu activități multimedia interactive de învățare (AMII):

- statice: desene, fotografii, planșe didactice
- animate: filme, animații
- interactive: exerciții, jocuri, teste de evaluare

CERINȚE PENTRU MEDIUL DE LUCRU DIGITAL

Pentru utilizarea manualului pe un PC:

1. inserați CD-ul în unitatea optică;

2. așteptați câteva momente, manualul digital va porni automat;

3. dacă pornirea automată este dezactivată:

- **a.** accesați My Computer;
- **b.** accesați icon-ul corespunzător unității optice;
- **c.** accesați fișierul *index.html*.

CERINȚE HARDWARE MINIME:

- **PC/tabletă/smartphone** cu procesor minim de 800 Mhz, 512 Mb RAM, 1 Gb spațiu de stocare
- **Rezoluție:** 1024x768 pixeli
- **Sisteme de operare:** Windows Vista+, Android 4.03+, Linux (Ubuntu 14.04, Linux Mint 16, Debian GNU/Linux 7.0, OpenSUSE 13.1), OS X 10.9+, iOS
- **Browsere compatibile**: Google Chrome 31+ (Windows Vista+, Android 4.03+, Linux, OS X 10.9+, iOS 7.1.X+), Mozilla Firefox 25+ (Windows Vista+, Android 4.03+, Linux, OS X 10.9+), Internet Explorer 10+ (Windows 7+), Safari 7+ (OS X 10.9+, iOS 7.1.X+)

ISBN 978-606-528-367-1
6 420620 006215
www.cdpress.ro